Einführung in die Computerlinguistik
Kontextfreie Grammatiken

Alexander Fraser and Robert Zangenfeind

Center for Information and Language Processing

2020-01-20

Die Grundfassung dieses Foliensatzes wurde von Prof. Dr. Stefan Evert erstellt, und von Prof. Dr. Hinrich Schütze erweitert.

Fehler und Mängel sind ausschließlich meine Verantwortung.

Outline

Kontextfreie Grammatiken / Sprachen

- Mächtiger als reguläre Sprachen / Automaten
- Rekursive Strukturen
- Konstituentengrammatik

Definition kontextfreie Grammatik (CFG)

Eine kontextfreie Grammatik G über dem Alphabet Σ ist ein Quadrupel $G = (V, \Sigma, P, S)$. Die Elemente von V heißen Variablen oder Nichtterminalsymbole, entsprechend werden die Zeichen aus Σ auch als Terminalsymbole bezeichnet. Wir nehmen stets $V \cap \Sigma = \emptyset$ an. Üblicherweise verwenden wir für Terminalsymbole Kleinbuchstaben $a, b, c, \ldots \in \Sigma$ und für Variablen Großbuchstaben $A, B, C, \ldots \in V$. Zur Unterscheidung von Wörtern $u, v, w, \ldots \in \Sigma^*$ bezeichnen wir Zeichenketten, die sowohl Variablen als auch Terminalsymbole enthalten können, als Terme und verwenden dafür griechische Kleinbuchstaben $\alpha, \beta, \gamma, \ldots \in (V \cup \Sigma)^*$. $S \in V$ ist eine spezielle Variable, die Startsymbol genannt wird. $P \subseteq V \times (V \cup \Sigma)^*$ schließlich ist die Menge der Produktionen: jede Produktion ist von der Form $A \to \alpha$, wobei A eine Variable und α ein beliebiger Term ist.

Produktionen

Eine Produktion $A \to \alpha \in P$ wird auch als Regel bezeichnet, A als linke Seite und α als rechte Seite der Regel.
Zur Vereinfachung der Notation dürfen Regeln $A \to \alpha_1$, $A \to \alpha_2$, $\ldots$, $A \to \alpha_n$ mit identischer linken Seite zusammengefasst werden: $A \to \alpha_1 | \alpha_2 | \ldots | \alpha_n$.

Ableitungsschritt

Ein Ableitungsschritt $\delta \Rightarrow_G \delta'$ überführt einen Term δ durch Ersetzung genau einer Variable in einen Term δ'. In der formalen Darstellung schreiben wir $\delta = \beta A \gamma$ und $\delta' = \beta \alpha \gamma$, wobei $A \in V$ die genannte Variable ist, die durch einen Term α ersetzt wird. Der Ableitungsschritt $\beta A \gamma \Rightarrow_G \beta \alpha \gamma$ ist zulässig, wenn es eine Produktion $A \to \alpha \in P$ gibt.

Ableitung

Eine Ableitung ist eine beliebige Folge von zulässigen Ableitungsschritten: $\alpha_1 \Rightarrow_G \alpha_2 \Rightarrow_G \ldots \Rightarrow_G \alpha_n$. Wir schreiben kurz $\alpha_1 \Rightarrow_G^* \alpha_n$ und sagen, dass α_n aus α_1 ableitbar ist. Der Index G kann dabei ausgelassen werden, sofern klar ist, bezüglich welcher Grammatik G die Ableitung durchgeführt wird.

Definition kontextfreie Sprache

Die von G beschriebene formale Sprache $\mathcal{L}\left[G\right]$ ist die Menge aller Wörter w, die aus dem Startsymbol ableitbar sind:

$$\mathcal{L}\left[G\right] := \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow^* w\}.$$

Eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ heißt kontextfrei, wenn sie durch eine kontextfreie Grammatik G beschrieben werden kann, d.h. wenn $L = \mathcal{L}\left[G\right]$ gilt.

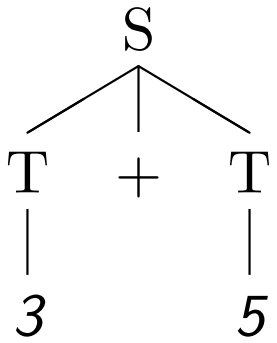
Beispiel

Als Beispiel betrachten wir eine kontextfreie Grammatik G_1 für einfache arithmetische Ausdrücke über dem Alphabet $\Sigma_1 = \{0, 1, \ldots, 9, +, *\}$. $G_1 = (V_1, \Sigma_1, P_1, S)$ ist folgendermaßen definiert:

$$
\begin{aligned}
V_1 &:= \{S, T\} \\
P_1 &:= \{S \to T, \\
&\qquad T \to T + T | T * T \\
&\qquad T \to 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9\}.
\end{aligned}
$$

Die Variable T repräsentiert dabei jeweils einen arithmetischen Term. Das Wort $w = 3 + 5$ gehört zu $\mathcal{L}\left[G_1\right]$, da es aus S ableitbar ist: $S \Rightarrow T \Rightarrow T + T \Rightarrow 3 + T \Rightarrow 3 + 5$, also kurz $S \Rightarrow^* 3 + 5$.

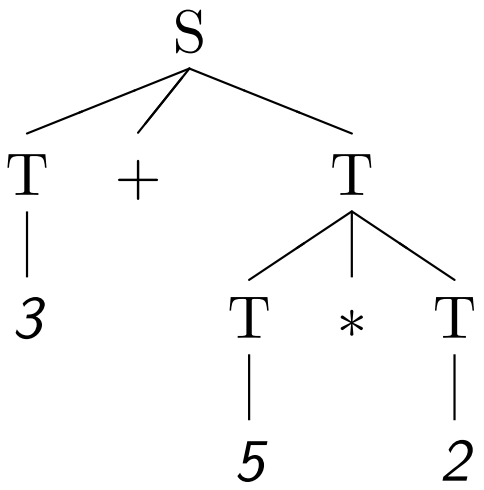
Ableitungsbaum für $S \Rightarrow T \Rightarrow T + T \Rightarrow 3 + T \Rightarrow 3 + 5$

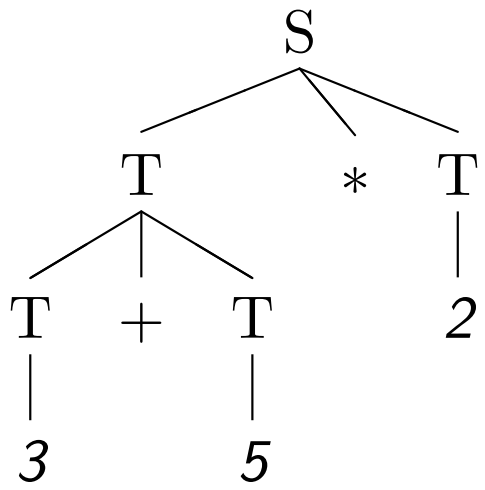


Die Ableitung von w bezüglich der Grammatik G_1 ist nicht eindeutig: eine andere mögliche Ableitung ist $S \Rightarrow T \Rightarrow T + T \Rightarrow T + 5 \Rightarrow 3 + 5$. Beide Varianten führen jedoch auf denselben Ableitungsbaum.

Ambiguität

Ein Wort w kann bezüglich einer CFG G auch mehrere verschiedene Ableitungsbäume besitzen. Z.B. hat $w = 3 + 5 * 2 \in \mathcal{L}\left[G_1\right]$ die folgenden beiden Ableitungsbäume:





Ableitung = Analyse

Die beiden Ableitungsbäume weisen w unterschiedliche Struktur zu, was für Anwendungen von großer Bedeutung ist. Man bezeichnet den Ableitungsbaum daher auch als Analyse von w durch die Grammatik. (Man denke z.B. an ein Taschenrechnerprogramm, das arithmetische Ausdrücke anhand ihres Ableitungsbaums auswertet. In diesem Fall wäre die linke Analyse die gewünschte, da $*$ stärker bindet als $+$). Eine Grammatik, in der es ein Wort w mit mehreren verschiedenen Ableitungsbäumen (bzw. Linksableitungen) gibt, heißt mehrdeutig / ambig.

Verbesserte Grammatik

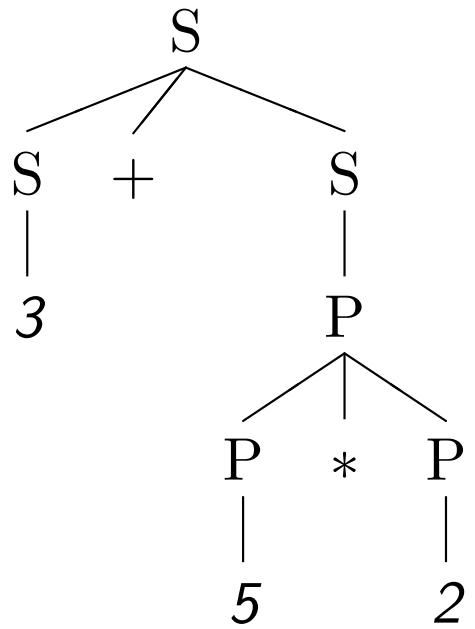
Im obigen Beispiel wäre es wünschenswert, G_1 so abzuändern, dass $w = 3 + 5 * 2$ nur noch eine Analyse besitzt (nämlich die durch den linken Baum dargestellte). Eine solche Grammatik ist $G_2 = (V_2, \Sigma_1, P_1, S)$ mit

$$
\begin{aligned}
V_2 &:= \{S, P\} \\
P_2 &:= \{S \to S + S | P, \\
&\qquad S \to 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9, \\
&\qquad P \to P * P, \\
&\qquad P \to 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9\}.
\end{aligned}
$$

Dabei stehen die Variablen S und P anschaulich für *Summe* und *Produkt*.

Verbesserte Grammatik: Beispiel $w = 3 + 5 * 2$

Bezüglich G_2 besitzt w nur noch die folgende eindeutige Analyse:



Top-Down Parsing

Kontextfreier Top-Down Parser

S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*

Anna mag die Katze

Kontextfreier Top-Down Parser

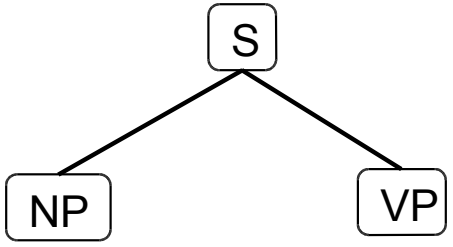
S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*

S

Anna mag die Katze

Kontextfreier Top-Down Parser

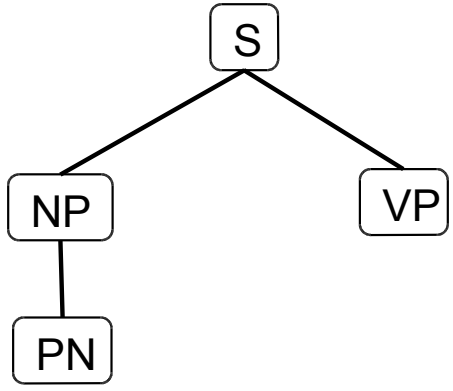
S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*



<u>Anna</u> mag die Katze

Kontextfreier Top-Down Parser

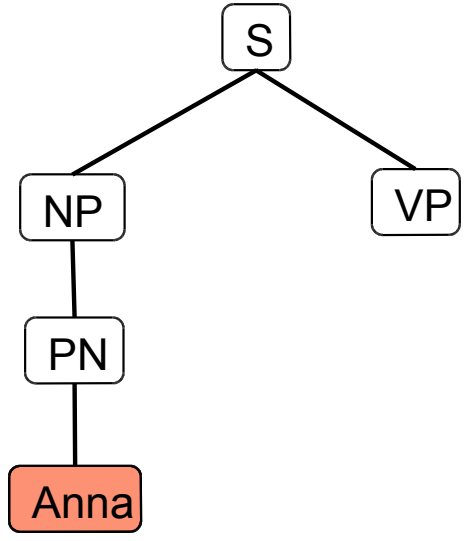
S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*



<u>Anna</u> mag die Katze

Kontextfreier Top-Down Parser

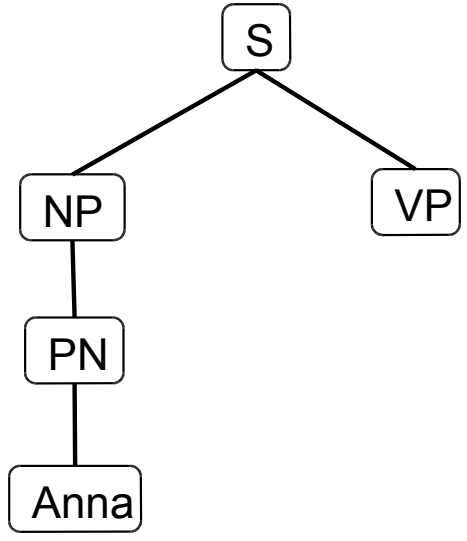
S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*



Anna mag die Katze

Kontextfreier Top-Down Parser

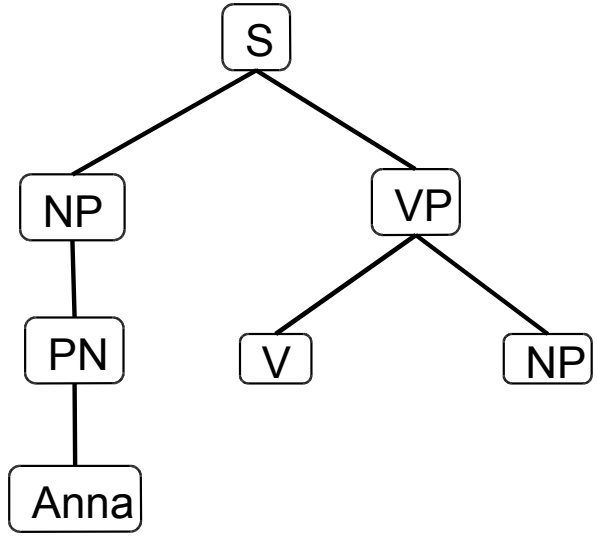
S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*



Anna <u>mag</u> die Katze

Kontextfreier Top-Down Parser

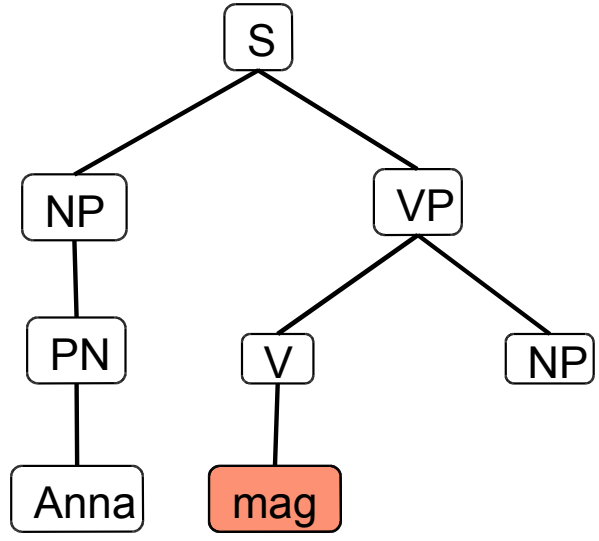
S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*



Anna ***mag*** *die Katze*

Kontextfreier Top-Down Parser

S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*



Anna mag die Katze

Kontextfreier Top-Down Parser

S → NP VP

NP → Det N

NP → PN

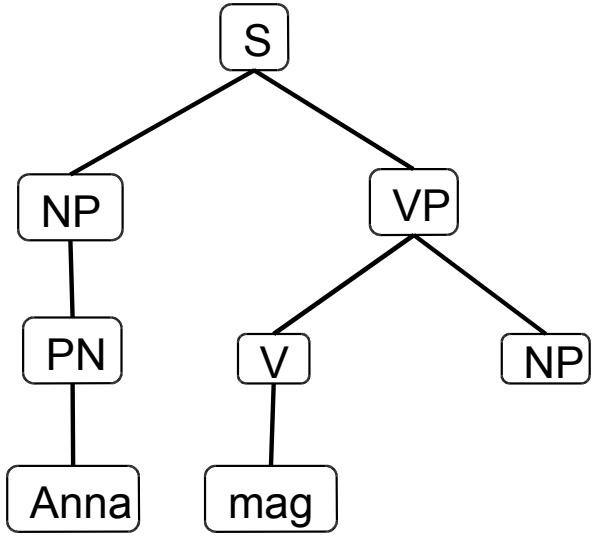
VP → V NP

Det → *die*

N → *Katze*

V → *mag*

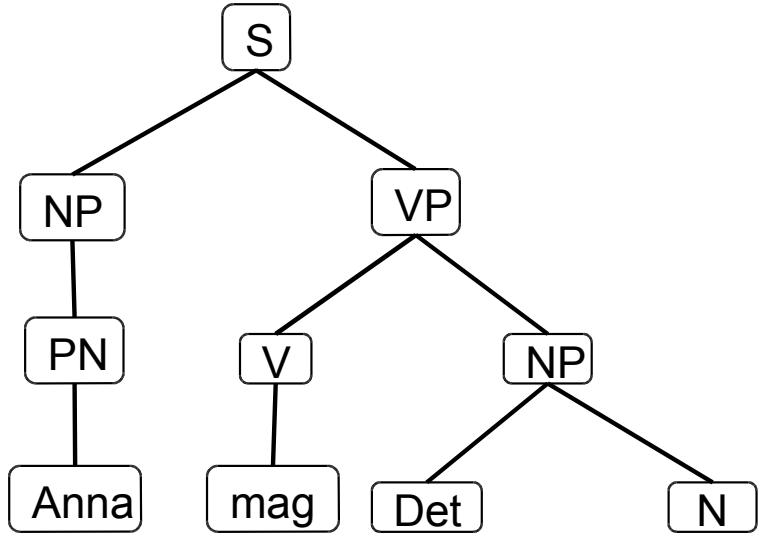
PN → *Anna*



Anna mag <u>die</u> Katze

Kontextfreier Top-Down Parser

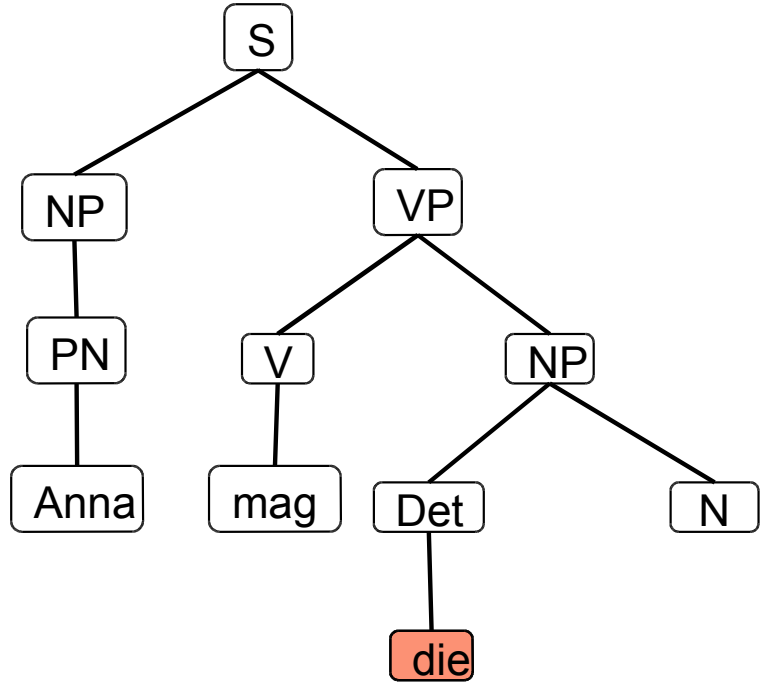
S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*



Anna mag <u>die</u> Katze

Kontextfreier Top-Down Parser

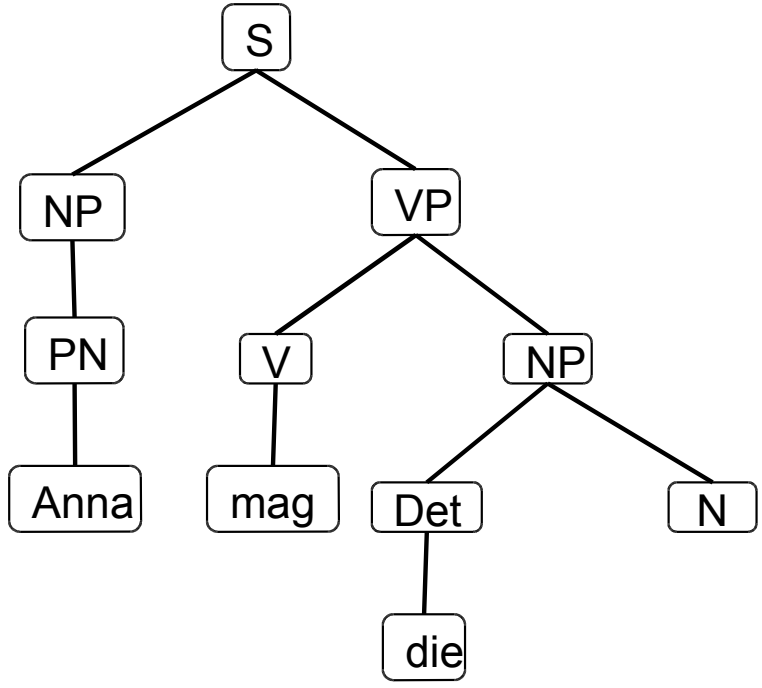
S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*



Anna mag die Katze

Kontextfreier Top-Down Parser

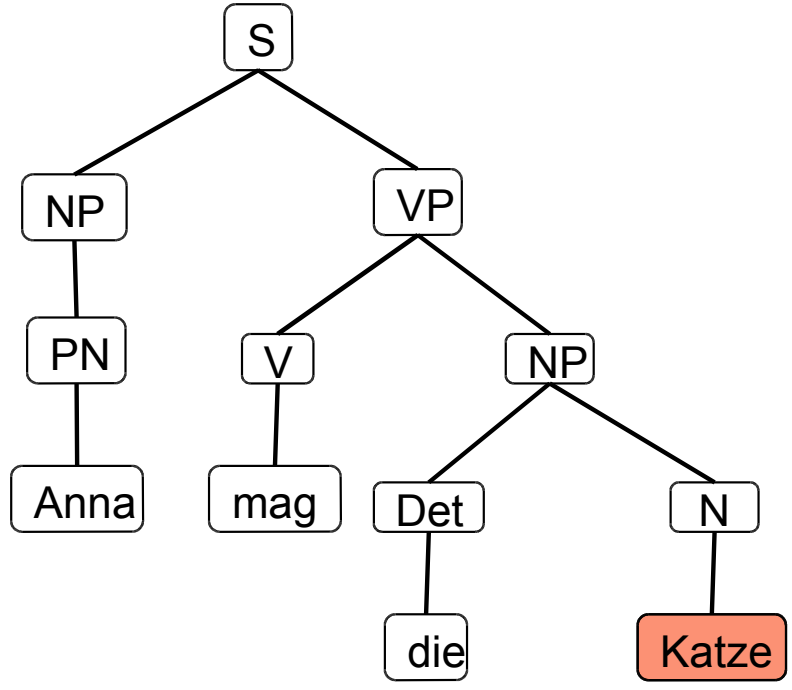
S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*



*Anna mag die **Katze***

Kontextfreier Top-Down Parser

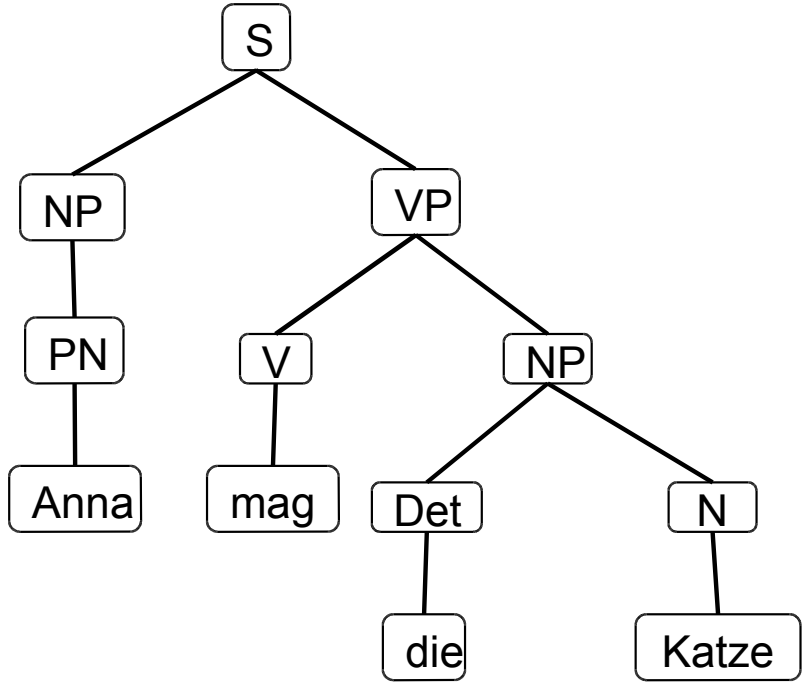
S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*



*Anna mag die **Katze***

Kontextfreier Top-Down Parser

S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*



*Anna mag die Katze_*

Nicht-Determinismus in der Regelanwendung

S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*

S

<u>Anna</u> mag die Katze

Nicht-Determinismus in der Regelanwendung

S → NP VP

NP → Det N

NP → PN

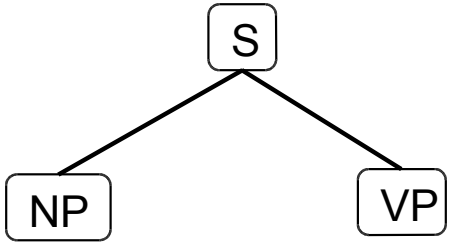
VP → V NP

Det → *die*

N → *Katze*

V → *mag*

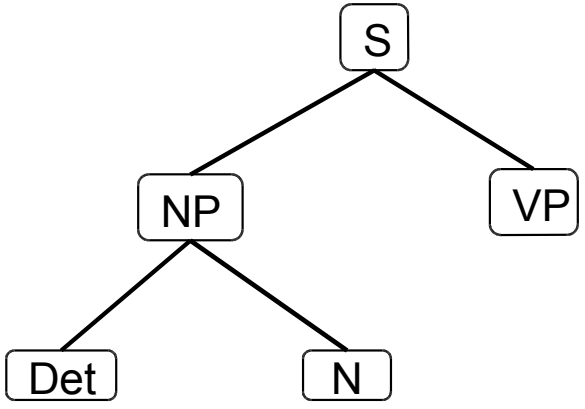
PN → *Anna*



<u>Anna</u> mag die Katze

Nicht-Determinismus in der Regelanwendung

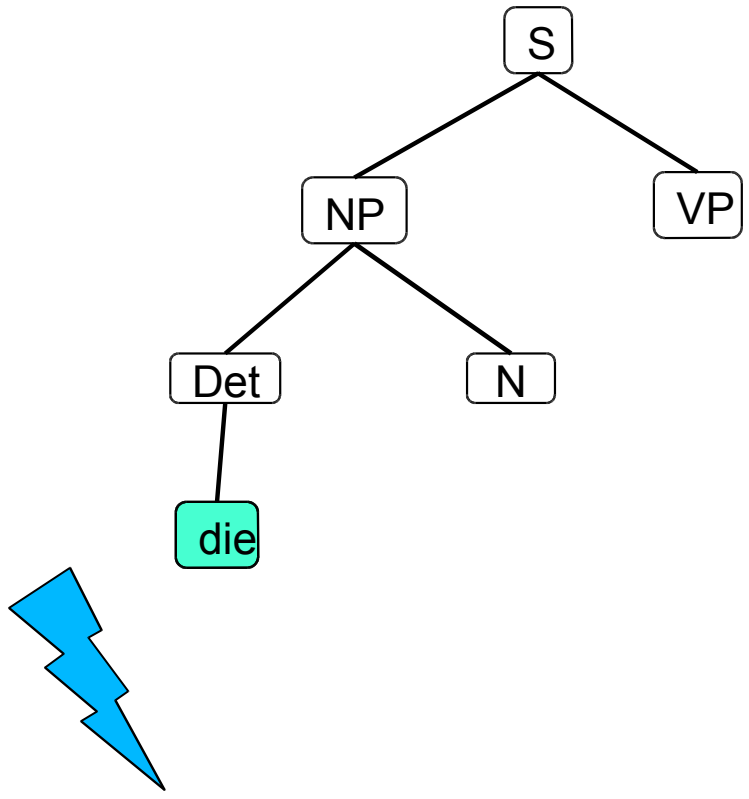
S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*



<u>Anna</u> mag die Katze

Nicht-Determinismus in der Regelanwendung

S → NP VP
NP → Det N
NP → PN
VP → V NP
Det → *die*
N → *Katze*
V → *mag*
PN → *Anna*



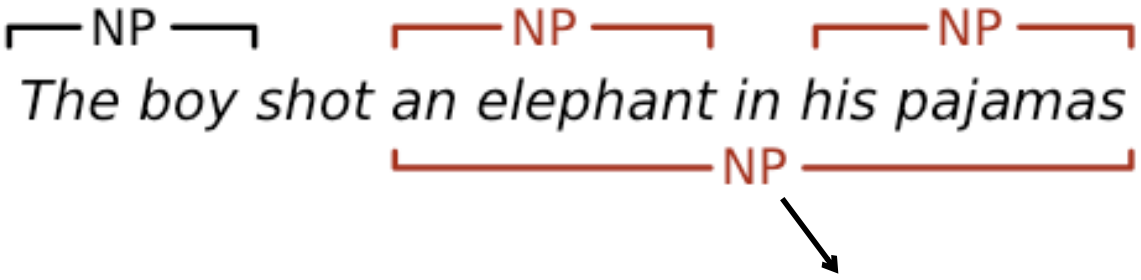
Anna *mag die Katze*

Top-Down-Parser, Eigenschaften

- Der Top-Down-Parser ist im Allgemeinen **nicht-deterministisch**:
  Für dasselbe Nichtterminal gibt es mehrere, eventuell sehr viele Ersetzungsregeln.
- Eine technische Lösung: Arbeiten mit einer Agenda, Last-In-First-Out, **Tiefensuche mit Backtracking**.
- Problem: Es werden viele Teilstrukturen erzeugt, die nie erfolgreich sein können, weil die Eingabekette keine passenden Wörter enthält.
  - Beispiel: Grammatik versucht, Subjekts-NP abzuleiten, der Satz fängt mit einer PP an.
- Im Falle „links-rekursiver“ Grammatiken geht der Parser in eine Endlosschleife.
  - Beispiel: VP → VP PP
  - Links-rekursive Regeln kann man vermeiden, aber dann sind bestimmte Strukturen nicht mehr natürlich darstellbar.

Dynamische Programmierung

- Kontextfreie Grammatiken: die Anwendbarkeit einer Regel in einer Ableitung ist unabhängig vom Kontext.



diese Teile des Satzes können jeweils als NP-Konstituenten analysiert werden, unabhängig davon, wie der finale Parse-Baum aussieht.

One morning I shot an elephant in my pajamas.
How he got into my pajamas I don't know.

Chart-Parsing

- Charts sind kompakte Repräsentation aller (lokal) möglichen Teilkonstituenten der Eingabekette.
- Charts können enthalten:
  - Konstituenten, die bereits gefunden wurden
  - Hypothesen darüber, welche Konstituenten gefunden werden können (z.B. Earley-Algorithmus).
- Verschiedene Chart-Parser:
  - CYK, Earley, Bottom-up chart parser, …
  - generieren alle möglichen Parse-Bäume bei Mehrdeutigkeiten

Cocke-Younger-Kasami (CYK) Algorithmus

- Chart-basierter Bottom-up-Parser, nutzt Prinzip der dynamischen Programmierung.
- Entwickelt von John Cocke, Tadao Kasami & Daniel Younger
- Idee:
  - finde alle Konstituenten mit Länge 1
  - finde alle Konstituenten mit Lange 2
  - finde alle Konstitutenten mit Länge 3
  - …
- Die Grammatik muss in **Chomsky-Normalform** vorliegen:
  - $A \rightarrow w$ (w Terminalsymbol)
  - $A \rightarrow B\ C$ (B und C Nichtterminalsymbole)
  - $S \rightarrow \varepsilon$ (S Startsymbol, nur wenn $\varepsilon \in L$)
    - hier nehmen wir an, dass $\varepsilon \notin L$

CYK: Chart als Matrix

Datenstruktur
Satzlänge n=7 → 7x7 Matrix
→ wir nutzen die
obere Dreiecksmatrix
→ Notation: [Zeile, Spalte]

	I	shot	an	elephant	in	my	pajamas
	0	1	2	3	4	5	6
0	N						
1		V					
2			DET				
3				N			
4					P		
5						POSS	
6							N

N → I | elephant | pajamas
V → shot P → in
DET → an POSS → my

NP → DET N | POSS N | NP PP
PP → P NP
S → N VP | NP VP
VP → V NP | VP PP

Schritt 1: Diagonale ausfüllen
→ Terminale zu Nichtterminalen
→ Eintrag für Wort i in Zelle [i,i]
→ benutze Lexikon

CYK: Chart als Matrix

Datenstruktur
Satzlänge n=7 → 7x7 Matrix
→ wir nutzen die
obere Dreiecksmatrix
→ Notation: [Zeile, Spalte]

	I 0	shot 1	an 2	elephant 3	in 4	my 5	pajamas 6
0	N						
1		V					
2			DET	NP			
3				N			
4					P		
5						POSS	NP
6							N

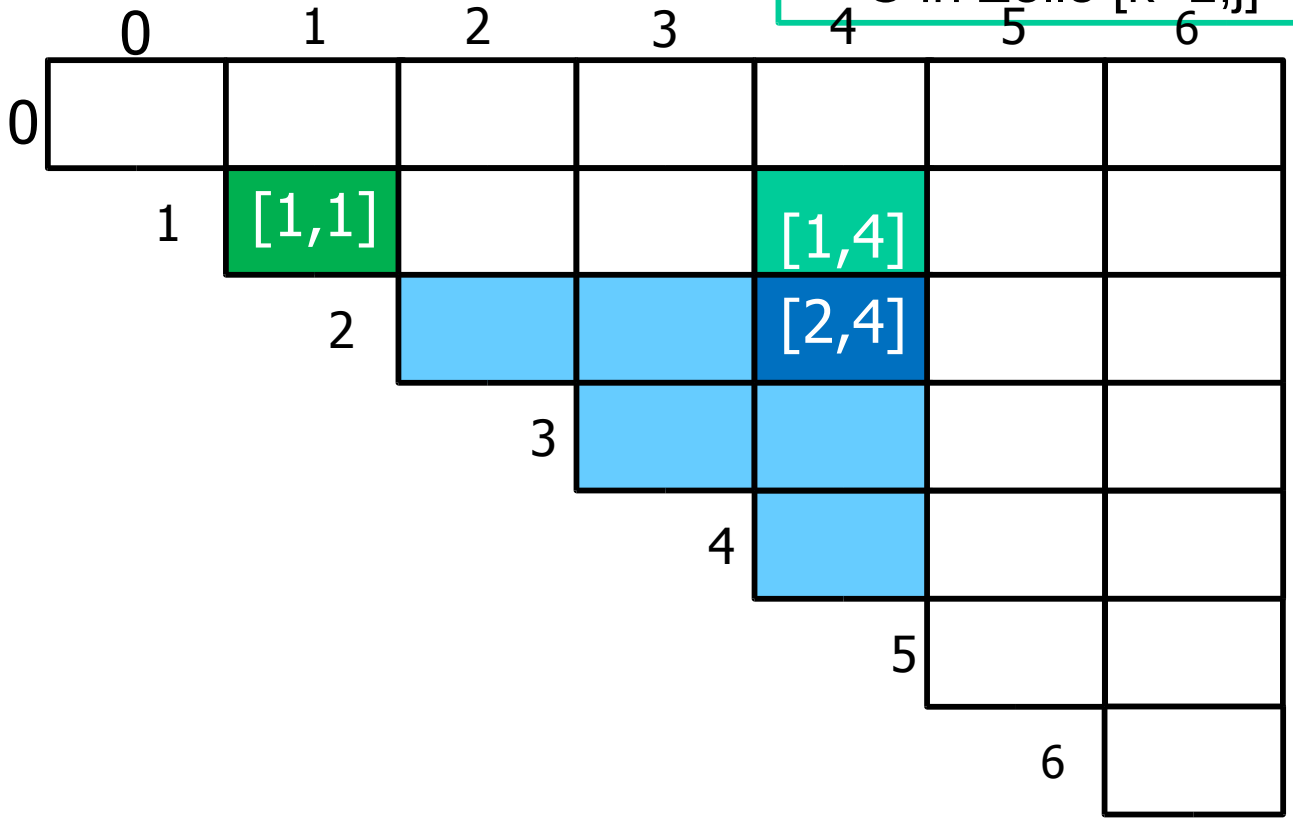
N → I | elephant | pajamas
V → shot P → in
DET → an POSS → my

NP → DET N | POSS N | NP PP
PP → P NP
S → N VP | NP VP
VP → V NP | VP PP

Schritt 2: Diagonale darüber ausfüllen
→ benutze Regeln der Form A → BC
→ trage A in Zelle [i-1,i] ein wenn B in Zelle [i-1,i-1] und C in Zelle [i,i]

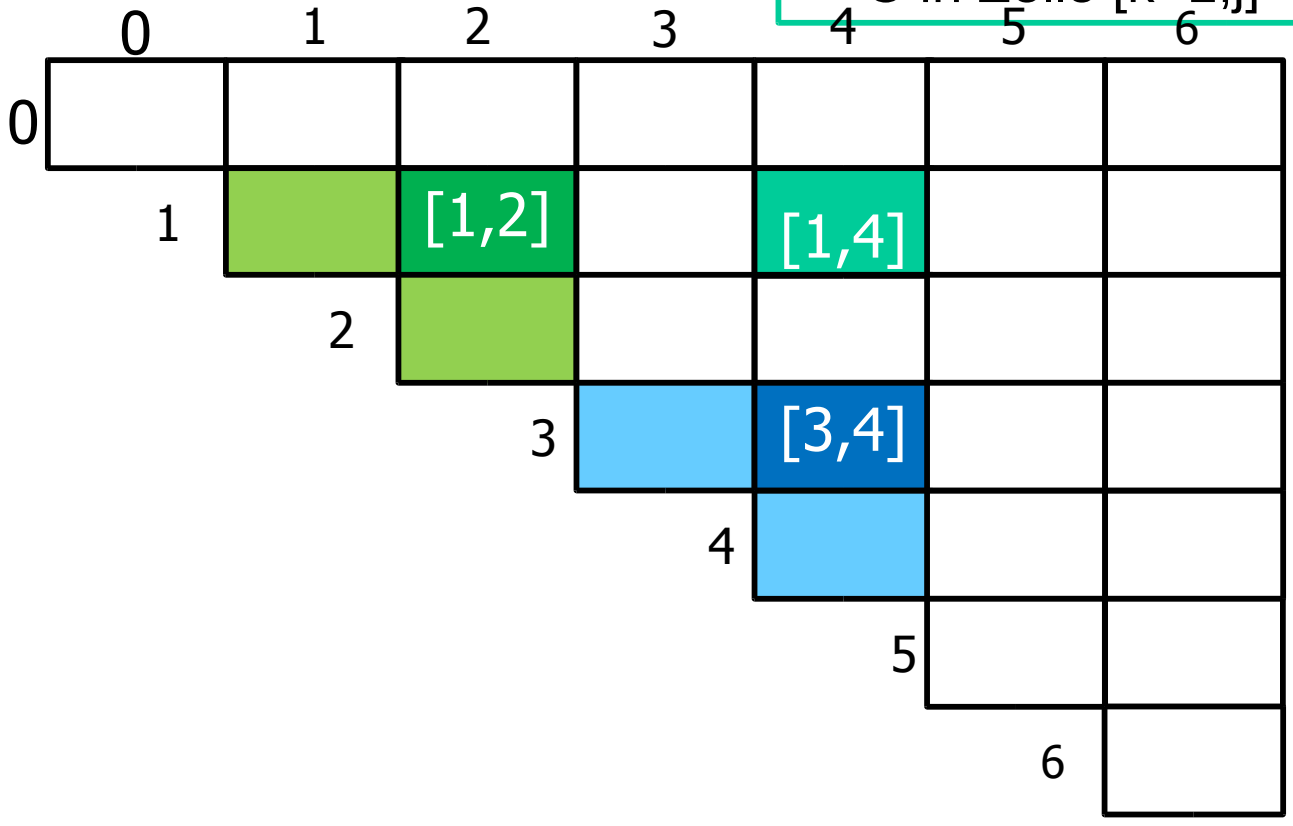
CYK Algorithmus: Beispiel

Schritt 2 bis Schritt n allgemein:
fülle jeweils die nächste Diagonale aus
trage A in Zelle [i,j] ein, falls
- es eine Regel A → B C gibt und
- B in Zelle [i,k] und
- C in Zelle [k+1,j] $i <= k < j$



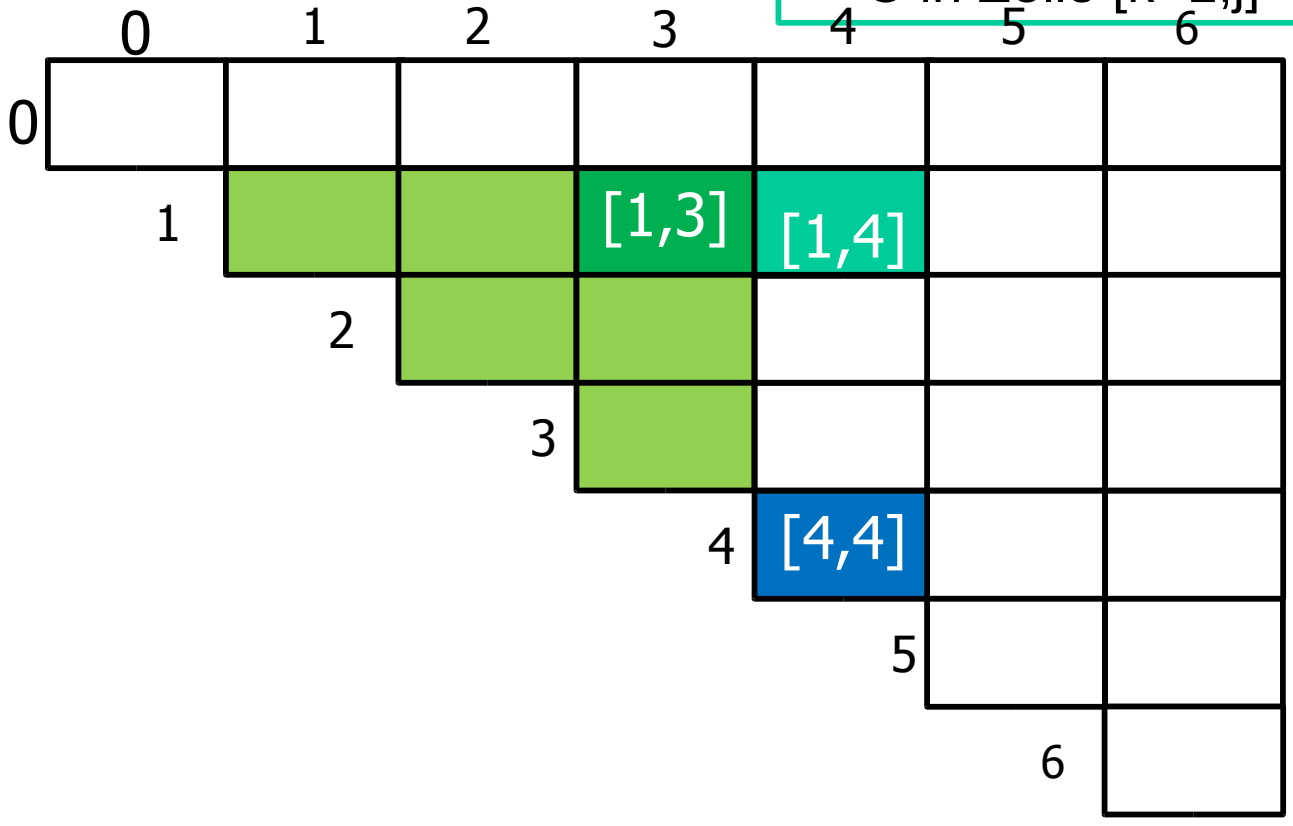
CYK Algorithmus: Beispiel

Schritt 2 bis Schritt n allgemein:
fülle jeweils die nächste Diagonale aus
trage A in Zelle [i,j] ein, falls
- es eine Regel A → B C gibt und
- B in Zelle [i,k] und
- C in Zelle [k+1,j] $i <= k < j$



CYK Algorithmus: Beispiel

Schritt 2 bis Schritt n allgemein:
fülle jeweils die nächste Diagonale aus
trage A in Zelle [i,j] ein, falls
- es eine Regel A → B C gibt und
- B in Zelle [i,k] und
- C in Zelle [k+1,j] $i <= k < j$



CYK: Algorithmus

Datenstruktur
Satzlänge n=7 → 7x7 Matrix
→ wir nutzen die
obere Dreiecksmatrix
→ Notation: [Zeile, Spalte]

	I	shot	an	elephant	in	my	pajamas
	0	1	2	3	4	5	6
0	N						
1		V					
2			DET	NP			
3				N			
4					P		
5						POSS	NP
6							N

N → I | elephant | pajamas
V → shot P → in
DET → an POSS → my

NP → DET N | POSS N | NP PP
PP → P NP
S → N VP | NP VP
VP → V NP | VP PP

Schritt 2 bis Schritt n allgemein:
fülle jeweils die nächste Diagonale aus
trage A in Zelle [i,j] ein, falls
- es eine Regel A → B C gibt und
- B in Zelle [i,k] und
- C in Zelle [k+1,j] $i <= k < j$

CYK: Algorithmus

Datenstruktur
Satzlänge n=7 → 7x7 Matrix
→ wir nutzen die
obere Dreiecksmatrix
→ Notation: [Zeile, Spalte]

	I	shot	an	elephant	in	my	pajamas
	0	1	2	3	4	5	6
0	N						
1		V					
2			DET	NP			
3				N			
4					P		
5						POSS	NP
6							N

N → I | elephant | pajamas
V → shot P → in
DET → an POSS → my

NP → DET N | POSS N | NP PP
PP → P NP
S → N VP | NP VP
VP → V NP | VP PP

Schritt 2 bis Schritt n allgemein:
fülle jeweils die nächste Diagonale aus
trage A in Zelle [i,j] ein, falls
- es eine Regel A → B C gibt und
- B in Zelle [i,k] und
- C in Zelle [k+1,j] $i <= k < j$

CYK: Algorithmus

Datenstruktur
Satzlänge n=7 → 7x7 Matrix
→ wir nutzen die
obere Dreiecksmatrix
→ Notation: [Zeile, Spalte]

	I	shot	an	elephant	in	my	pajamas
	0	1	2	3	4	5	6
0	N						
1		V					
2			DET	NP			
3				N			
4					P		
5						POSS	NP
6							N

N → I | elephant | pajamas
V → shot P → in
DET → an POSS → my

NP → DET N | POSS N | NP PP
PP → P NP
S → N VP | NP VP
VP → V NP | VP PP

Schritt 2 bis Schritt n allgemein:
fülle jeweils die nächste Diagonale aus
trage A in Zelle [i,j] ein, falls
- es eine Regel A → B C gibt und
- B in Zelle [i,k] und
- C in Zelle [k+1,j] $i <= k < j$

CYK: Algorithmus

Datenstruktur
Satzlänge n=7 → 7x7 Matrix
→ wir nutzen die
obere Dreiecksmatrix
→ Notation: [Zeile, Spalte]

	I	shot	an	elephant	in	my	pajamas
	0	1	2	3	4	5	6
0	N						
1		V		VP			
2			DET	NP			
3				N			
4					P		
5						POSS	NP
6							N

N → I | elephant | pajamas
V → shot P → in
DET → an POSS → my

NP → DET N | POSS N | NP PP
PP → P NP
S → N VP | NP VP
VP → V NP | VP PP

Schritt 2 bis Schritt n allgemein:
fülle jeweils die nächste Diagonale aus
trage A in Zelle [i,j] ein, falls
- es eine Regel A → B C gibt und
- B in Zelle [i,k] und
- C in Zelle [k+1,j] $i <= k < j$

CYK: Algorithmus

Datenstruktur
Satzlänge n=7 → 7x7 Matrix
→ wir nutzen die
obere Dreiecksmatrix
→ Notation: [Zeile, Spalte]

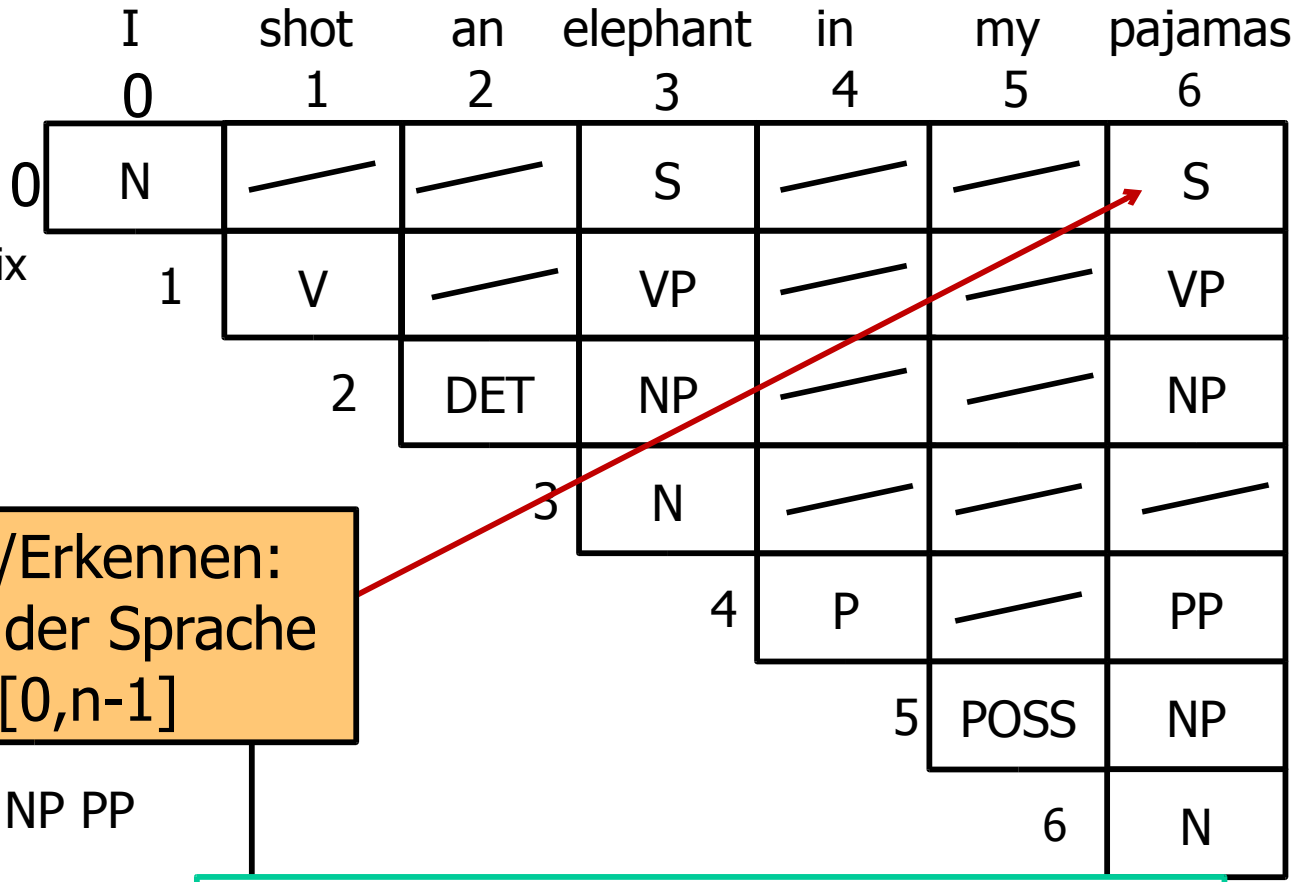
	I	shot	an	elephant	in	my	pajamas
	0	1	2	3	4	5	6
0	N						
1		V		VP			
2			DET	NP			
3				N			
4					P		
5						POSS	NP
6							N

N → I | elephant | pajamas
V → shot P → in
DET → an POSS → my

NP → DET N | POSS N | NP PP
PP → P NP
S → N VP | NP VP
VP → V NP | VP PP

Schritt 2 bis Schritt n allgemein:
fülle jeweils die nächste Diagonale aus
trage A in Zelle [i,j] ein, falls
- es eine Regel A → B C gibt und
- B in Zelle [i,k] und
- C in Zelle [k+1,j] $i <= k < j$

CYK: Algorithmus



Datenstruktur
Satzlänge n=7 → 7x7 Matrix
→ wir nutzen die
obere Dreiecksmatrix
→ Notation: [Zeile, Spalte]

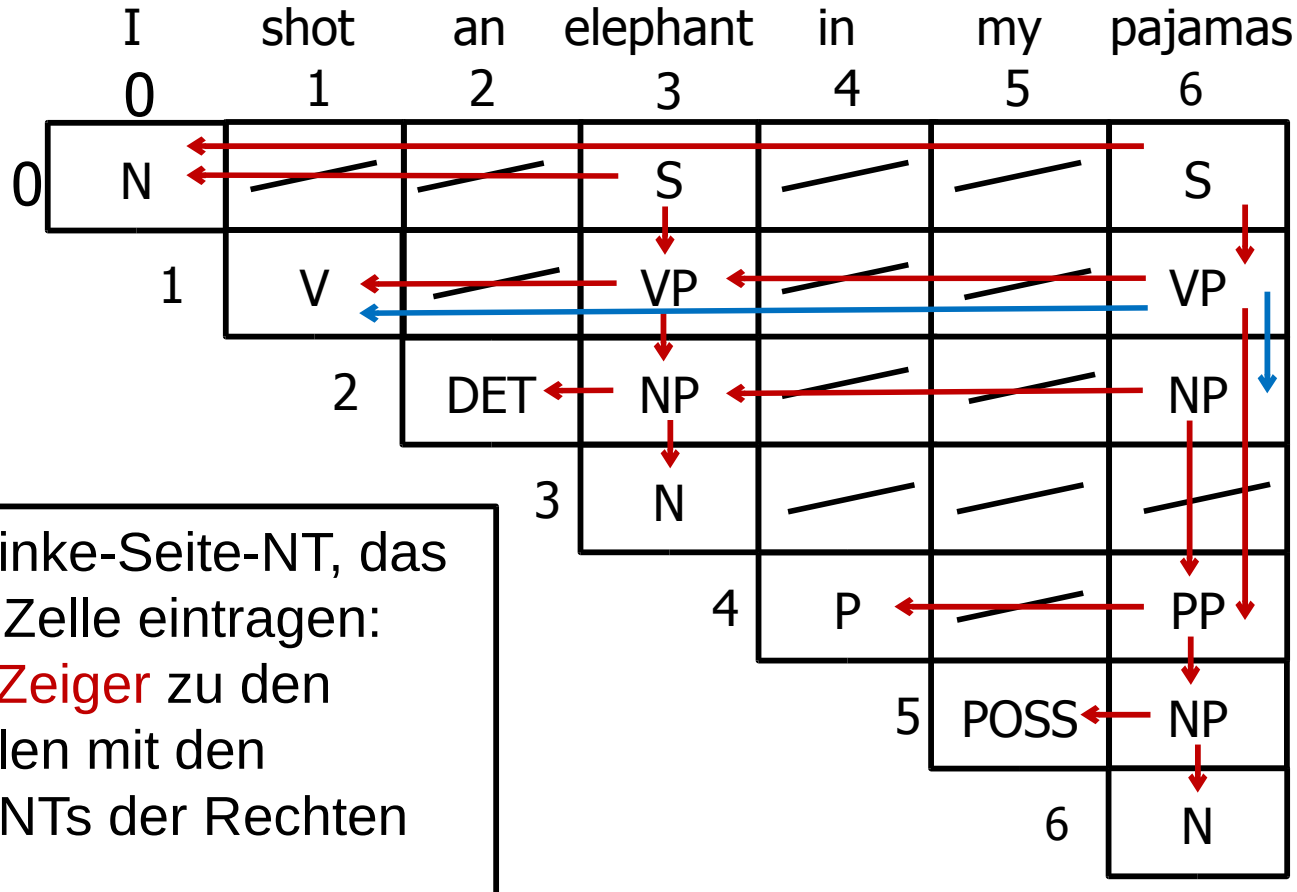
N → I | ele
V → shot
DET → an

NP → DET N | POSS N | NP PP
PP → P NP
S → N VP | NP VP
VP → V NP | VP PP

Recognize/Erkennen:
Satz ist in der Sprache
wenn S ∈ [0,n-1]

Schritt 2 bis Schritt n allgemein:
fülle jeweils die nächste Diagonale aus
trage A in Zelle [i,j] ein, falls
- es eine Regel A → B C gibt und
- B in Zelle [i,k] und
- C in Zelle [k+1,i] $i <= k < i$

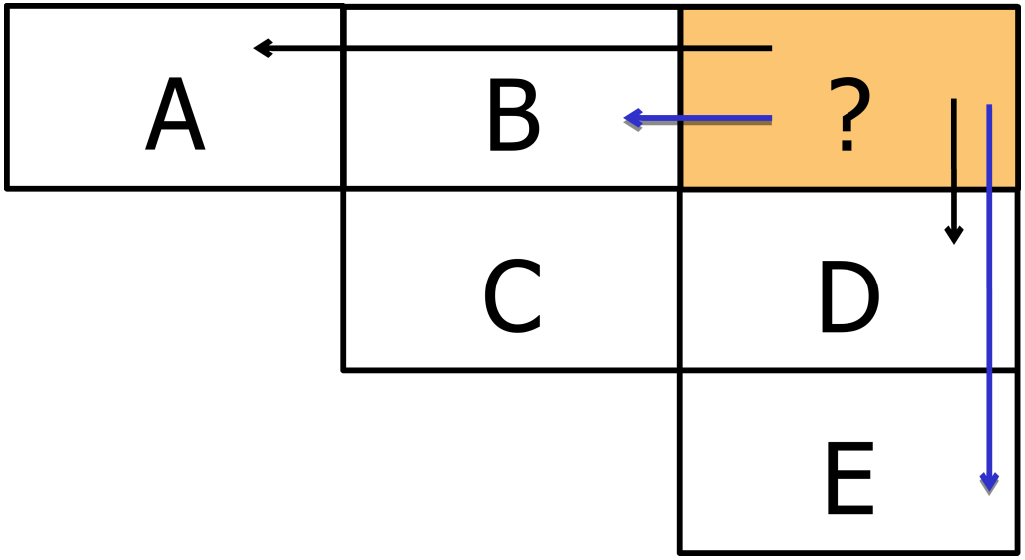
CYK: Algorithmus – Zeiger zu rechten Seiten



für jedes Linke-Seite-NT, das wir in eine Zelle eintragen: speichere Zeiger zu den beiden Zellen mit den jeweiligen NTs der Rechten Seite.
→ so können wir später die Parse-Bäume extrahieren, indem wir bei S in [0,n-1]

Bäume für dieses Beispiel:
an der Tafel

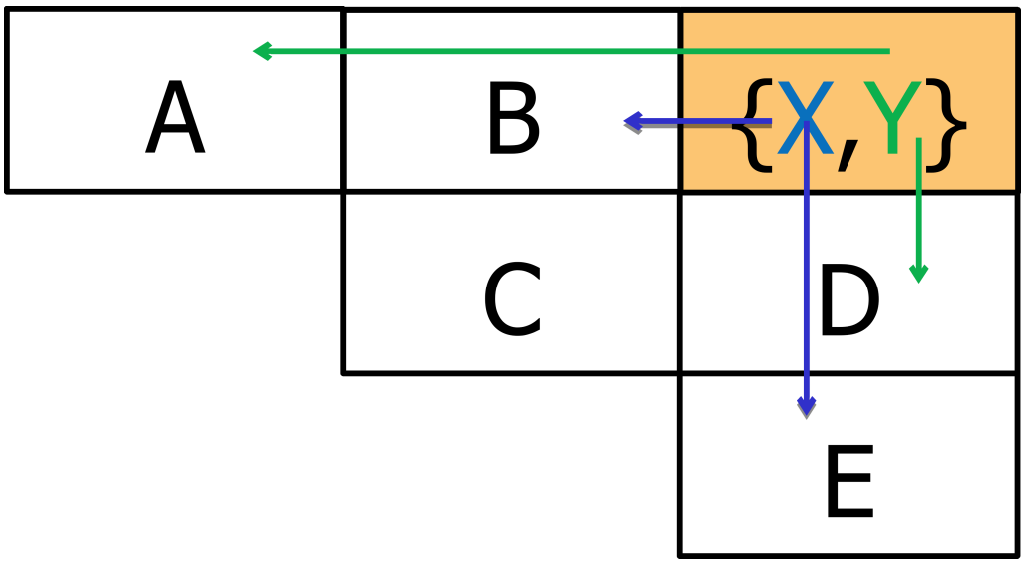
CYK: Mehrdeutigkeit in Zellen



Grammatik
X → BE
Y → AD

Eintrag für ?

CYK: Mehrdeutigkeit in Zellen



Grammatik
X → BE
Y → AD

Einträge in allen Zellen sind Mengen von Linke-Seite-Nichtterminalen (mit den jeweiligen Zeigern)

CYK Algorithmus: Eigenschaften

- Korrekt:
  Wenn $S \in [0, n\text{-}1]$, dann $S \Rightarrow^* w_1 \ldots w_n$
  - n Tokens in der Eingabe
- Vollständig:
  Wenn $S \Rightarrow^* w_1 \ldots w_n$, dann $S \in [0, n\text{-}1]$
- Laufzeit:
  Polynomiell in der Eingabelänge: $O(n^3)$

The CYK Parser

The CYK Membership Algorithm

Input:

- Grammar G in Chomsky Normal Form
- String w

Output:

find if $w \in L(G)$

The Algorithm

Input example:

- Grammar G:

$$S \to AB$$

$$A \to BB$$

$$A \to a$$

$$B \to AB$$

$$B \to b$$

- String w : $aabbb$

aabbb

a a b b b

aa ab bb bb

aab abb bbb

aabb abbb

aabbb

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow BB$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow AB$

$B \rightarrow b$

a	a	b	b	b
A	A	B	B	B
aa	ab	bb	bb	
aab	abb	bbb		
aabb	abbb			
aabbb				

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow BB$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow AB$

$B \rightarrow b$

a	a	b	b	b
A	A	B	B	B
aa	ab	bb	bb	
	S,B	A	A	
aab	abb	bbb		
aabb	abbb			
aabbb				

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow BB$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow AB$

$B \rightarrow b$

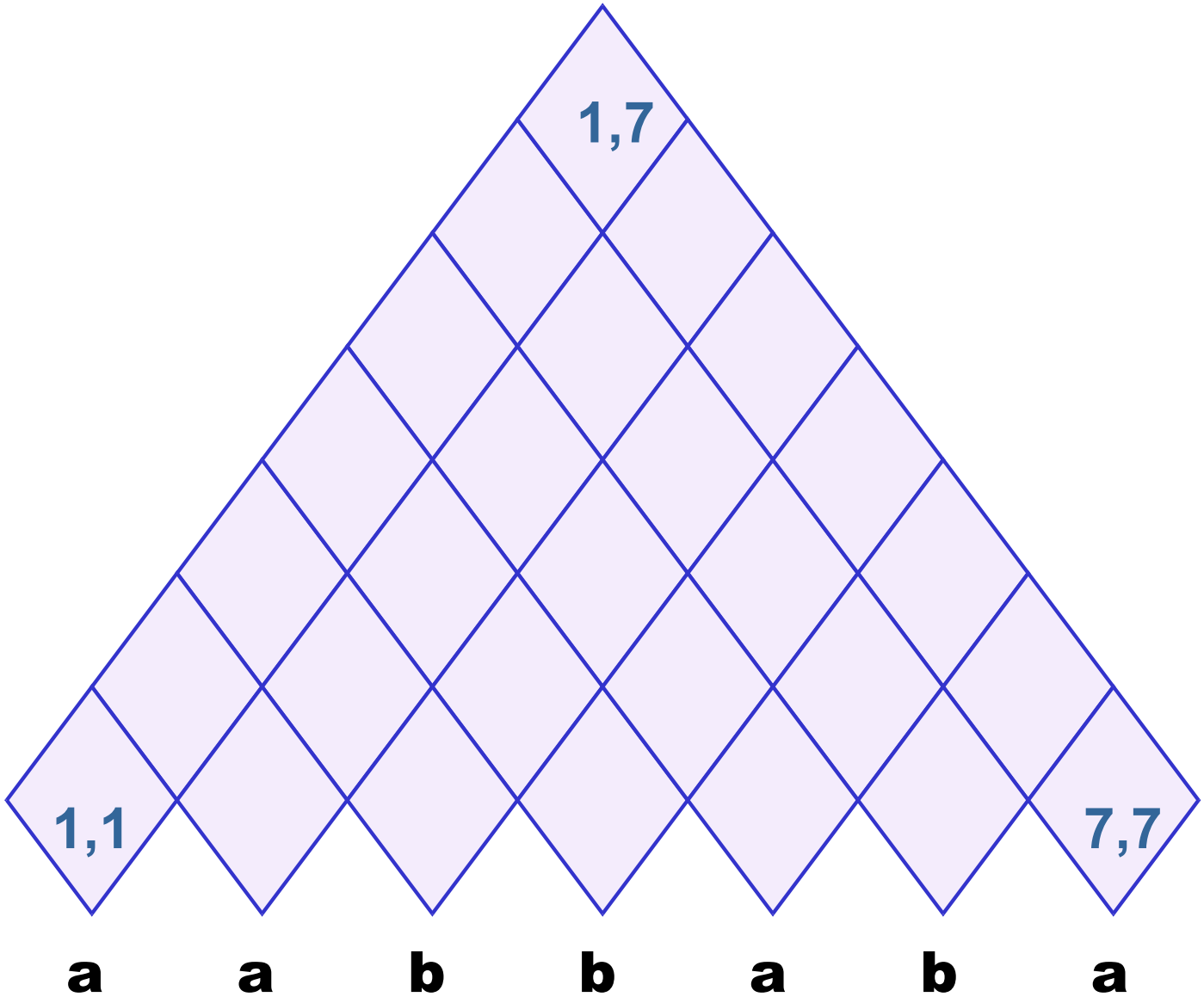
a	a	b	b	b
A	A	B	B	B
aa	ab	bb	bb	
	S,B	A	A	
aab	abb	bbb		
S,B	A	S,B		
aabb	abbb			
A	S,B			
aabbb				
S,B				

Therefore: $aabbb \in L(G)$

Time Complexity: $|w|^3$

Observation: The CYK algorithm can be easily converted to a parser (bottom up parser)

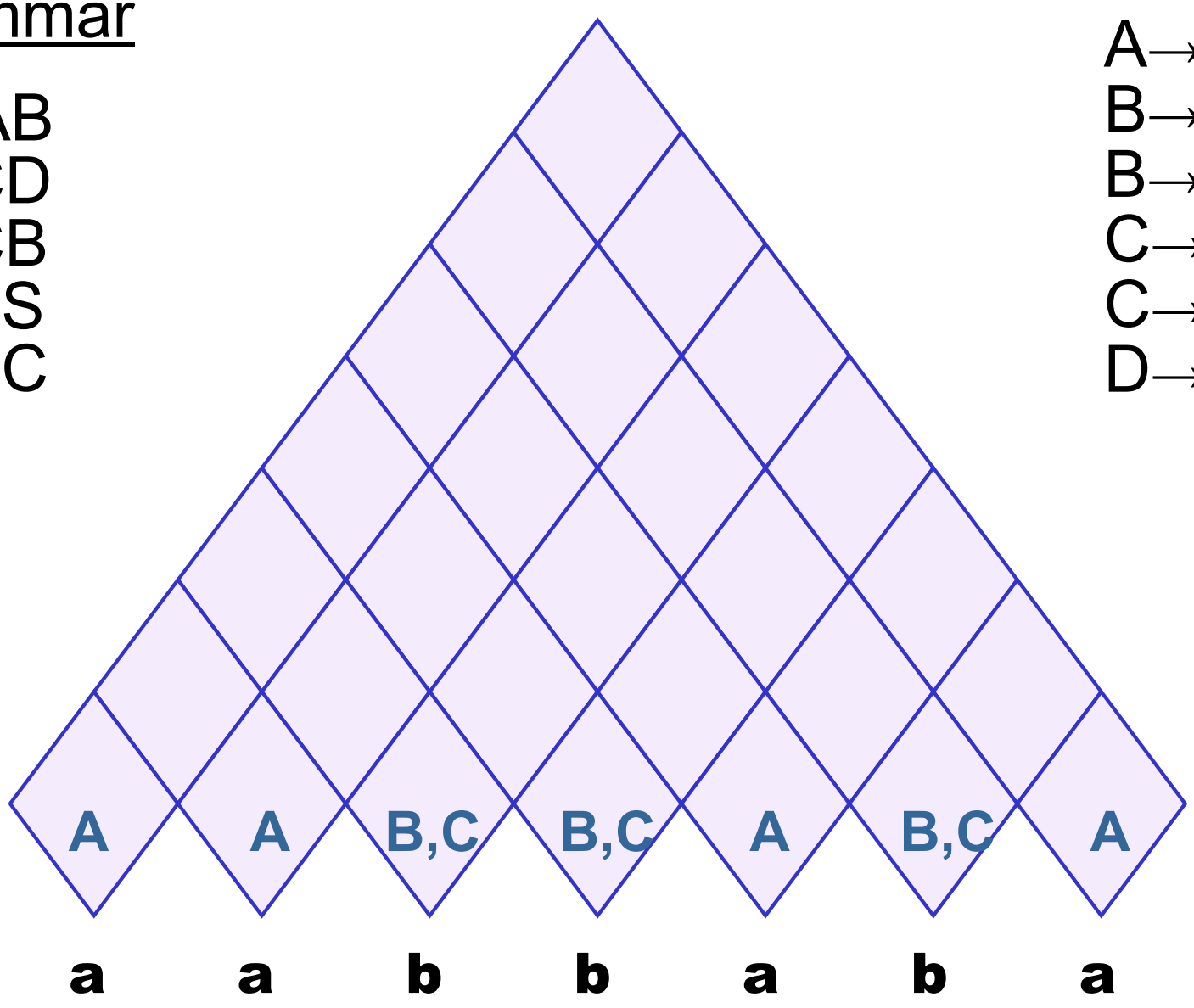
The following slides are courtesy of
Professor Papp, University of Debrecen.


1,7
1,1
7,7
a
a
b
b
a
b
a

Grammar

S→AB
S→CD
S→CB
S→SS
A→BC

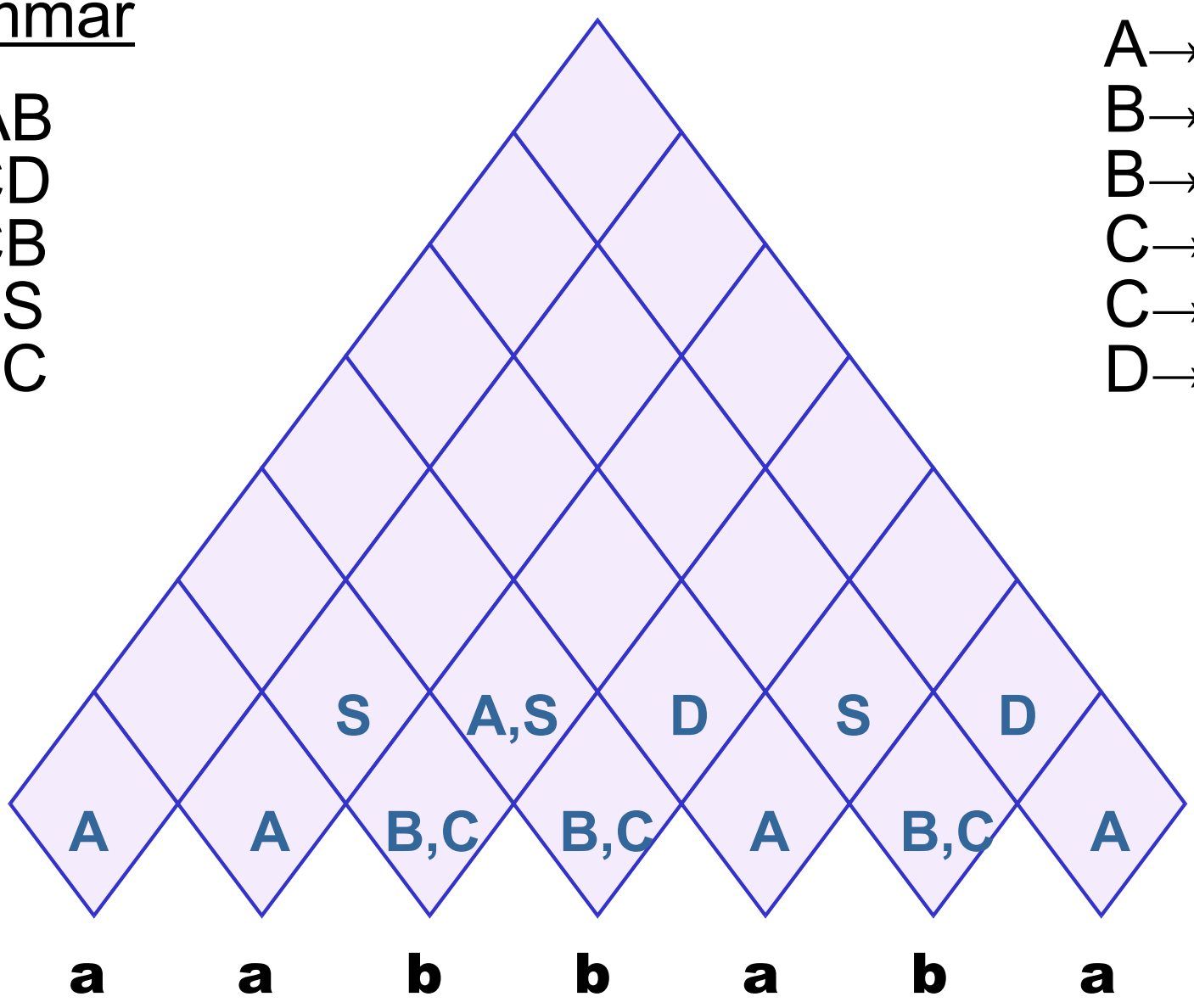
A→a
B→SC
B→b
C→DD
C→b
D→BA



Grammar

S→AB
S→CD
S→CB
S→SS
A→BC

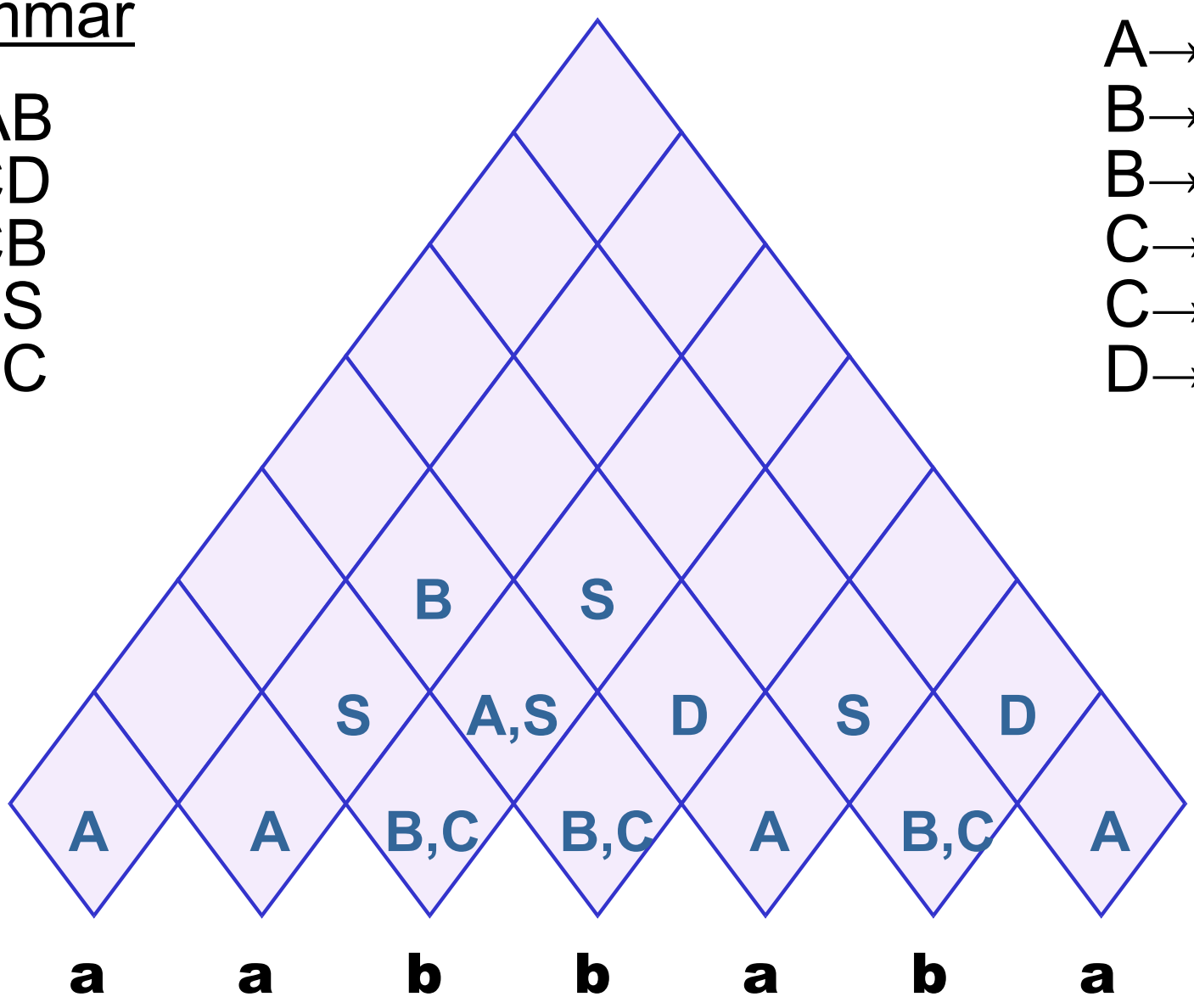
A→a
B→SC
B→b
C→DD
C→b
D→BA



Grammar

S→AB
S→CD
S→CB
S→SS
A→BC

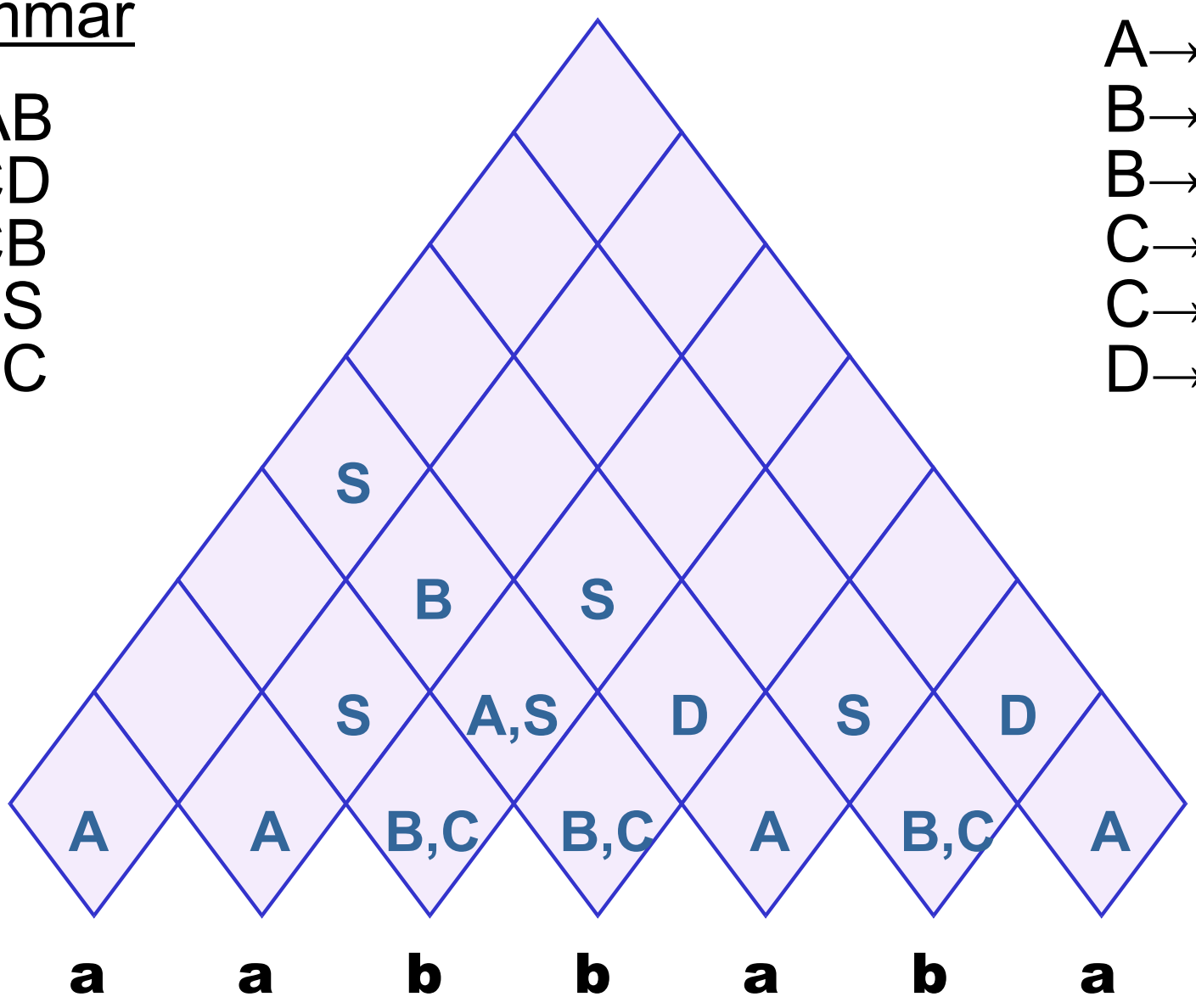
A→a
B→SC
B→b
C→DD
C→b
D→BA



Grammar

S→AB
S→CD
S→CB
S→SS
A→BC

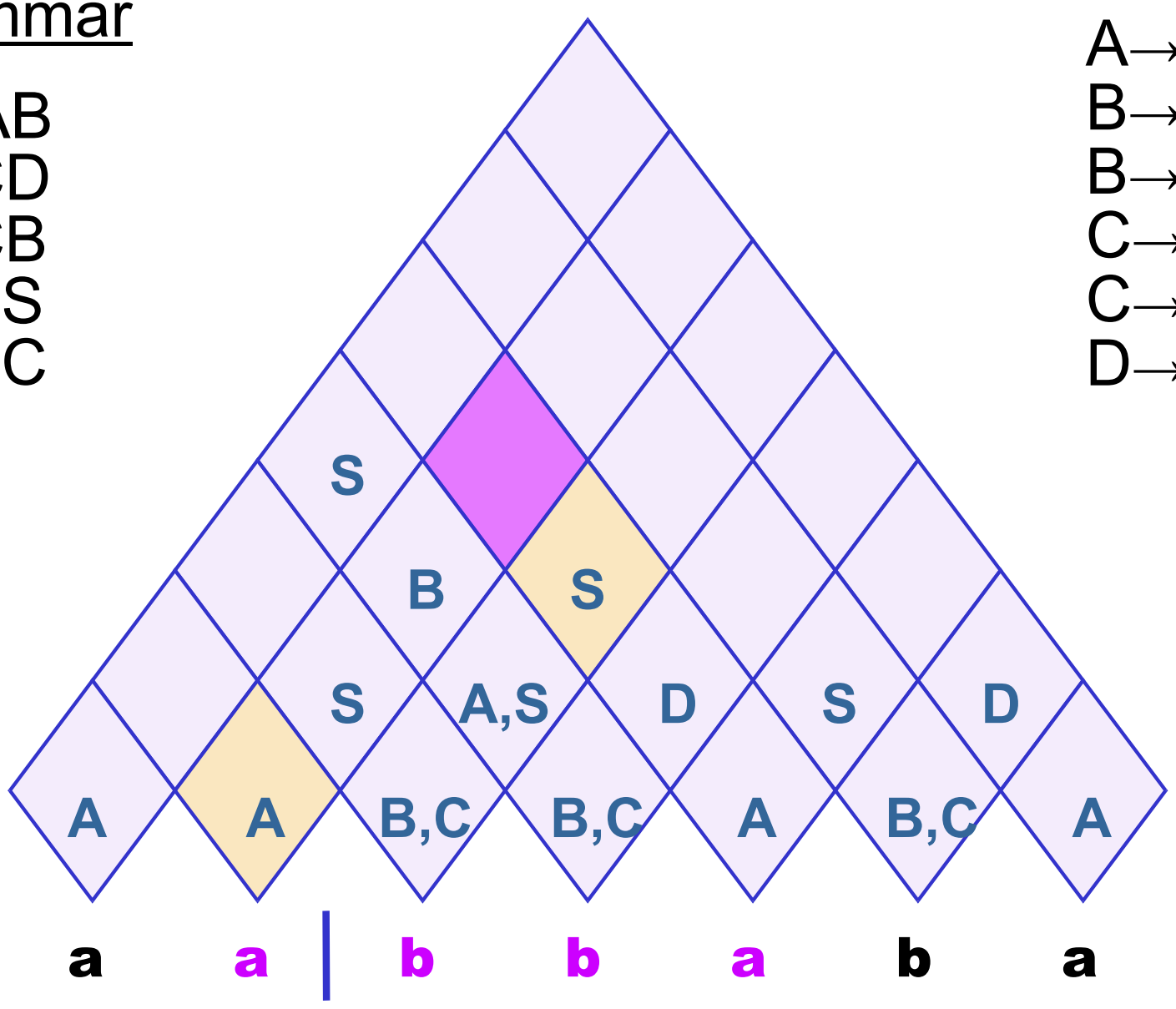
A→a
B→SC
B→b
C→DD
C→b
D→BA



Grammar

S→AB
S→CD
S→CB
S→SS
A→BC

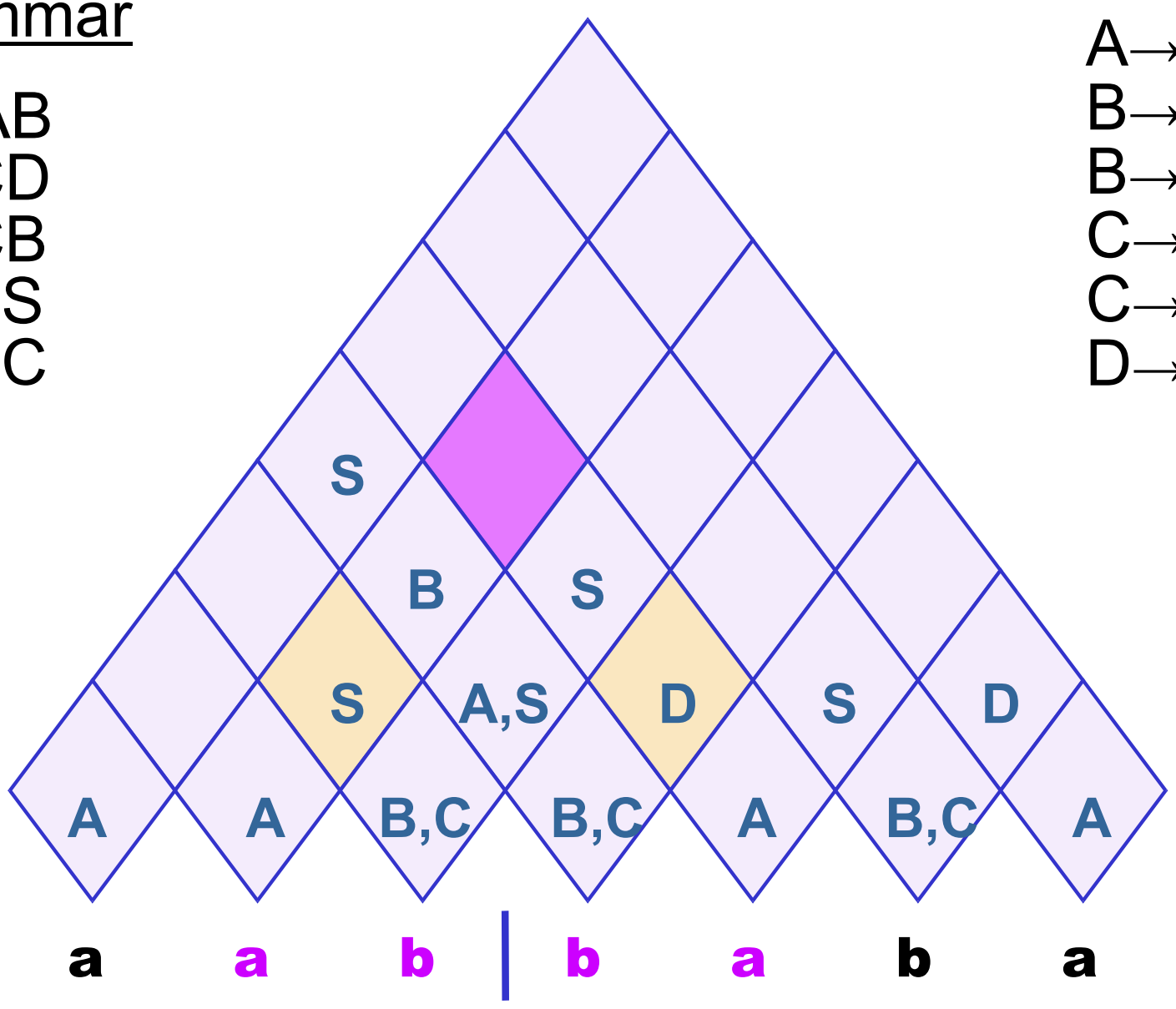
A→a
B→SC
B→b
C→DD
C→b
D→BA



Grammar

S→AB
S→CD
S→CB
S→SS
A→BC

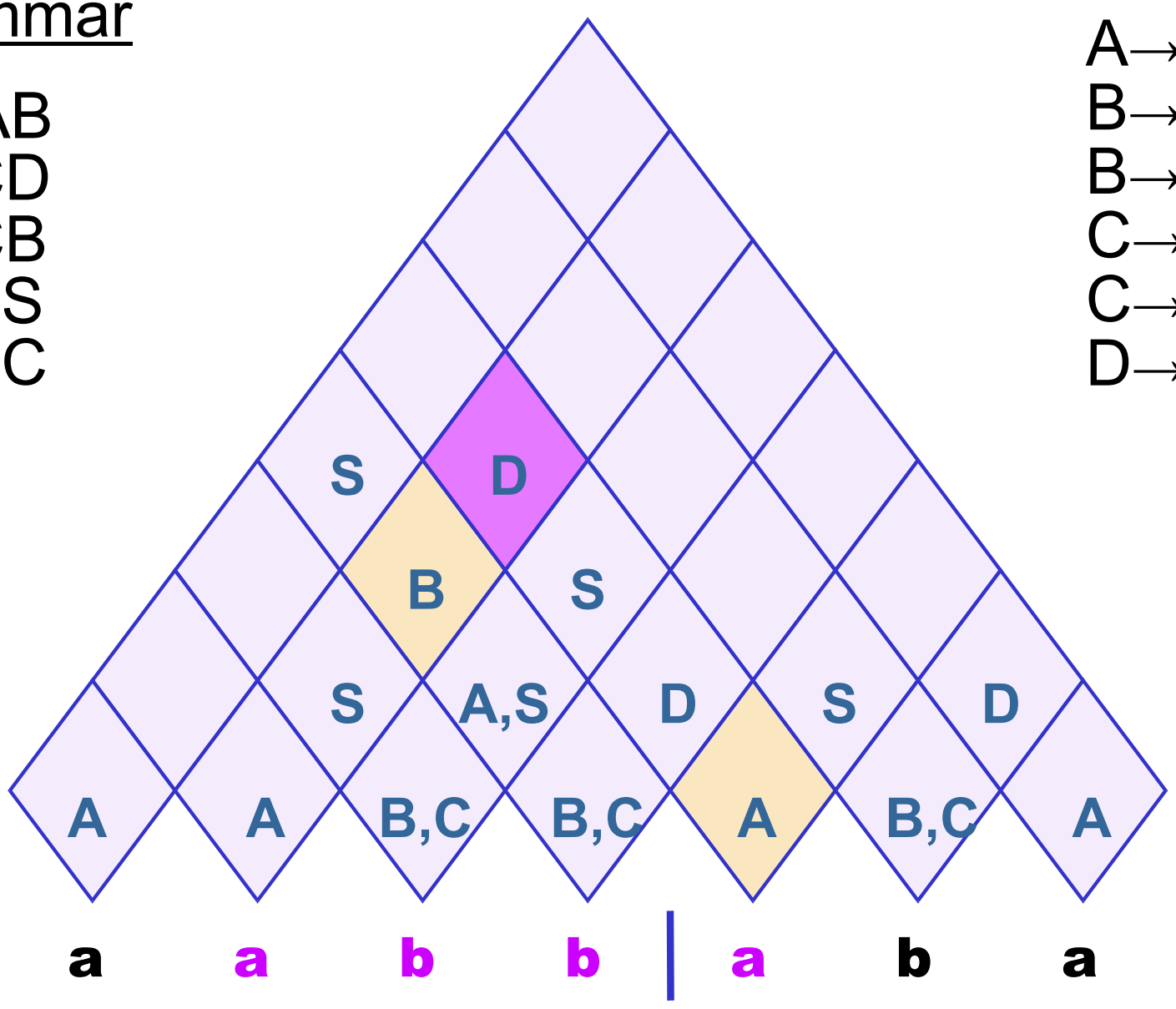
A→a
B→SC
B→b
C→DD
C→b
D→BA



Grammar

S→AB
S→CD
S→CB
S→SS
A→BC

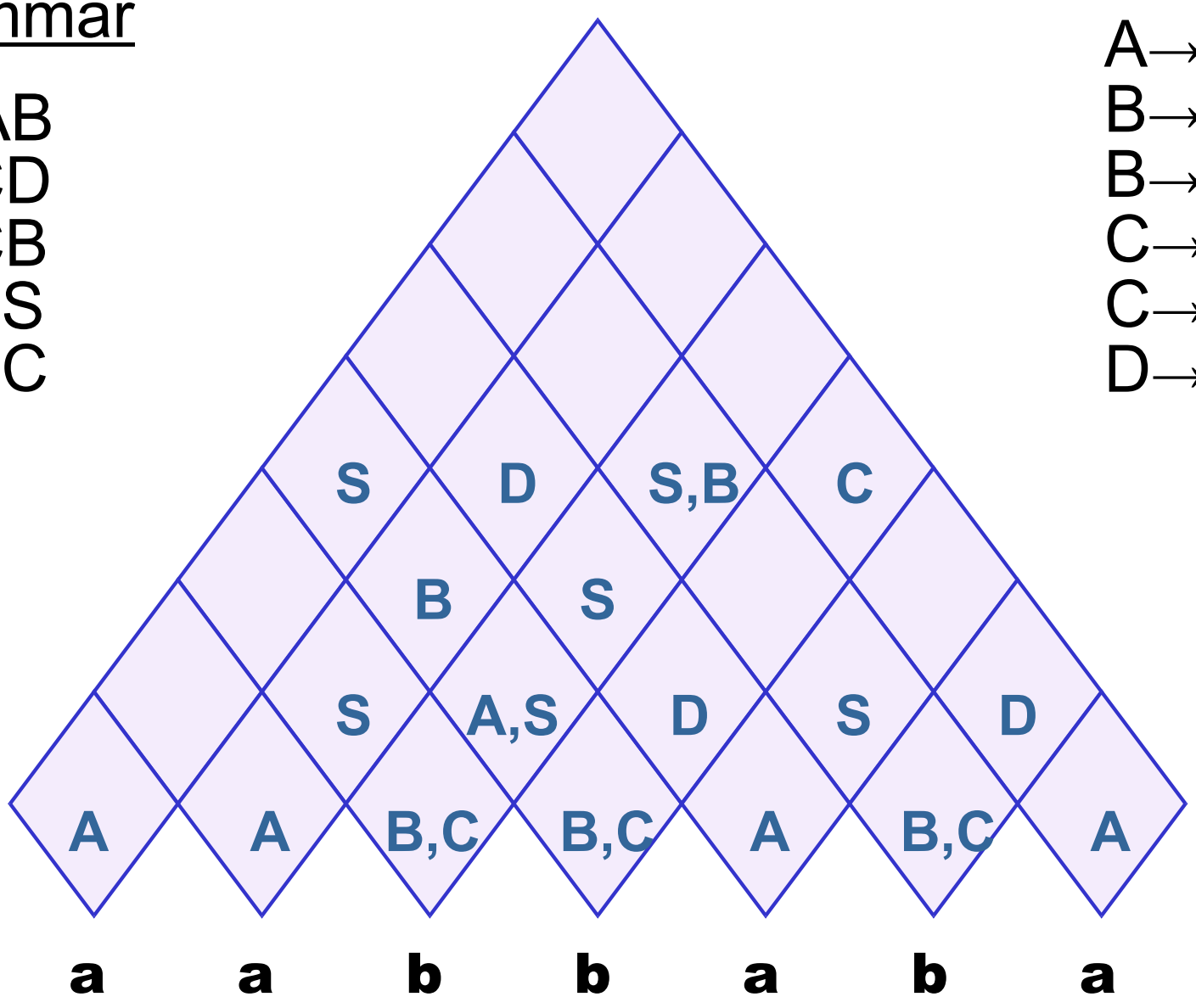
A→a
B→SC
B→b
C→DD
C→b
D→BA



Grammar

S→AB
S→CD
S→CB
S→SS
A→BC

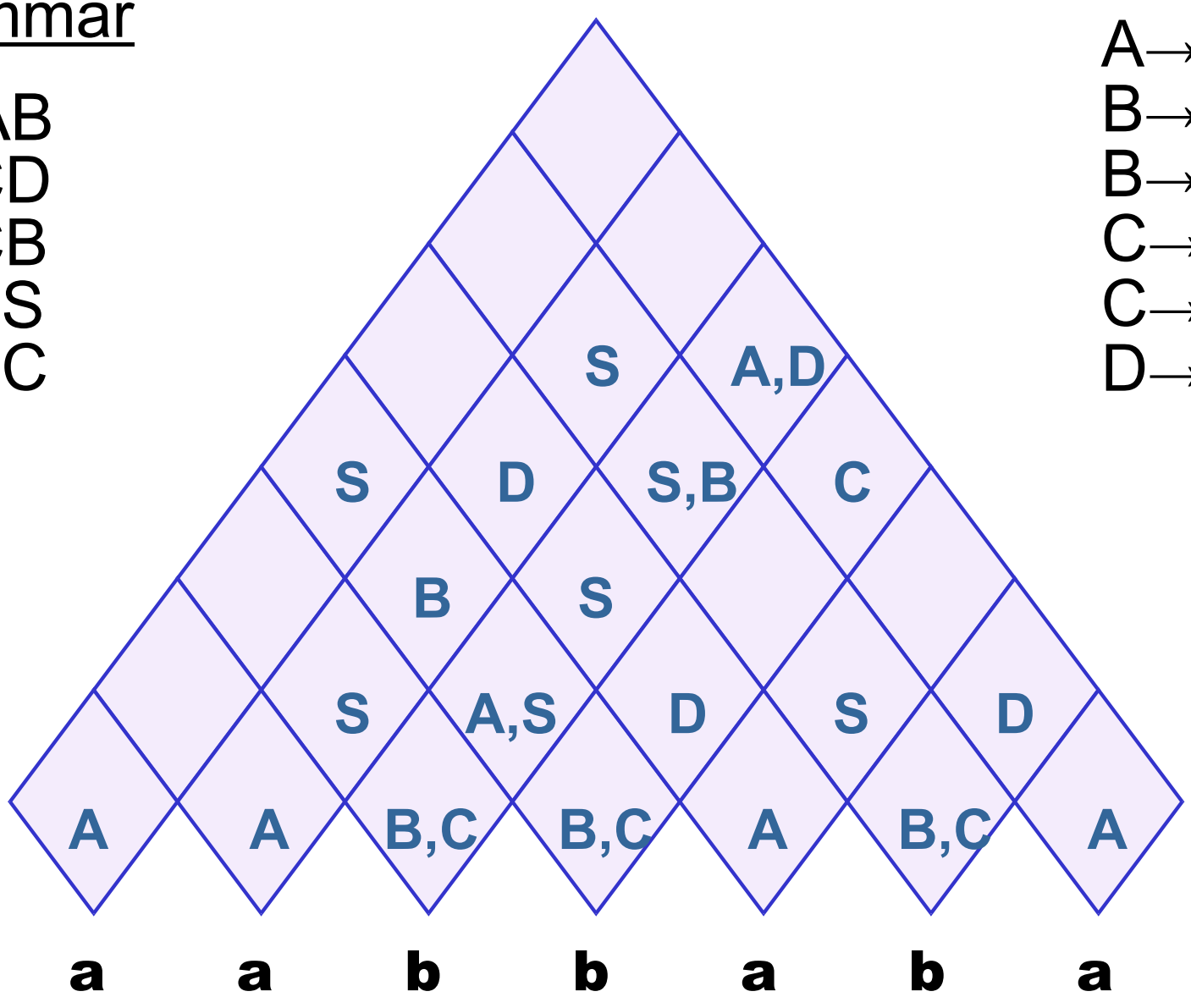
A→a
B→SC
B→b
C→DD
C→b
D→BA



Grammar

S→AB
S→CD
S→CB
S→SS
A→BC

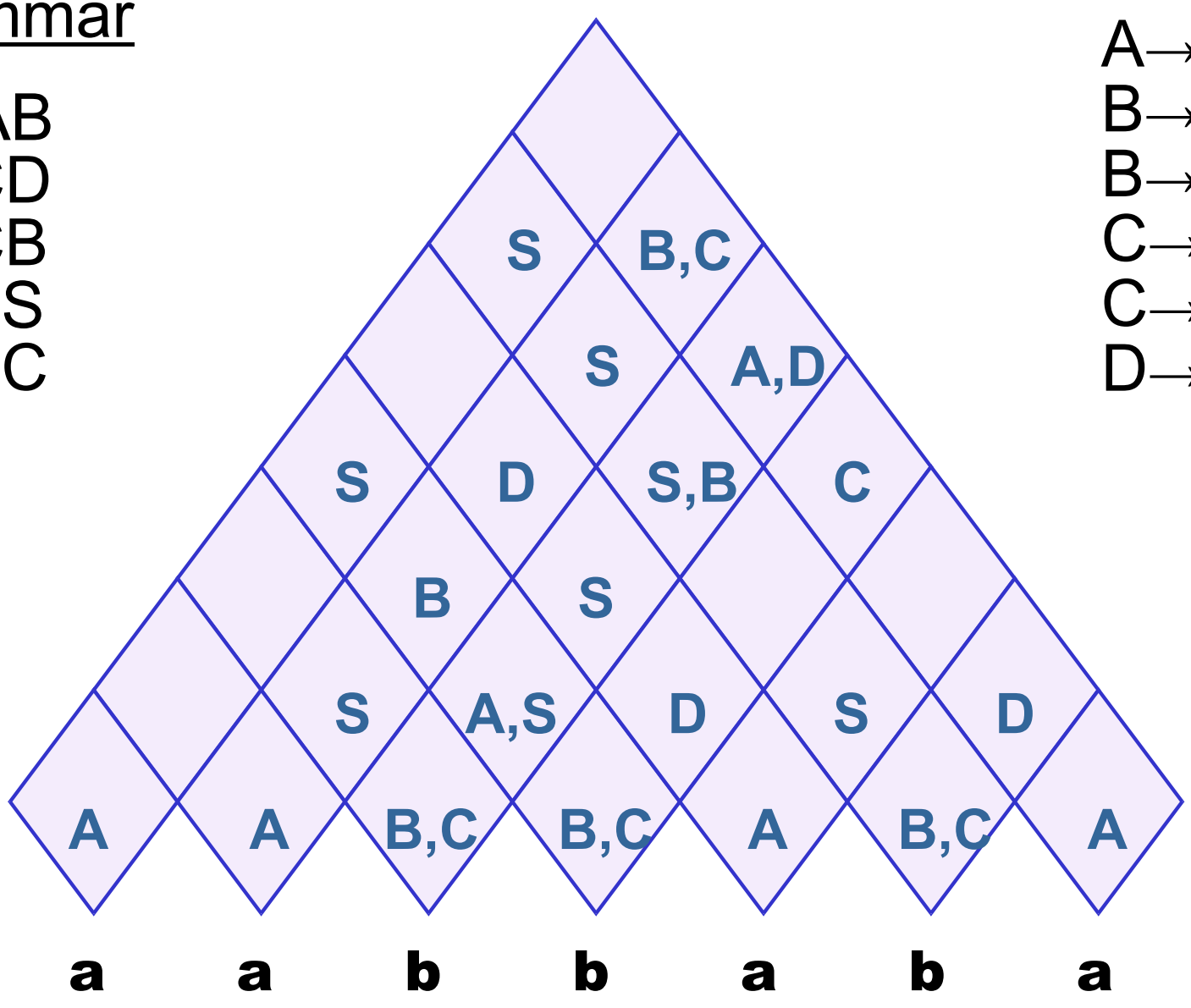
A→a
B→SC
B→b
C→DD
C→b
D→BA



Grammar

S→AB
S→CD
S→CB
S→SS
A→BC

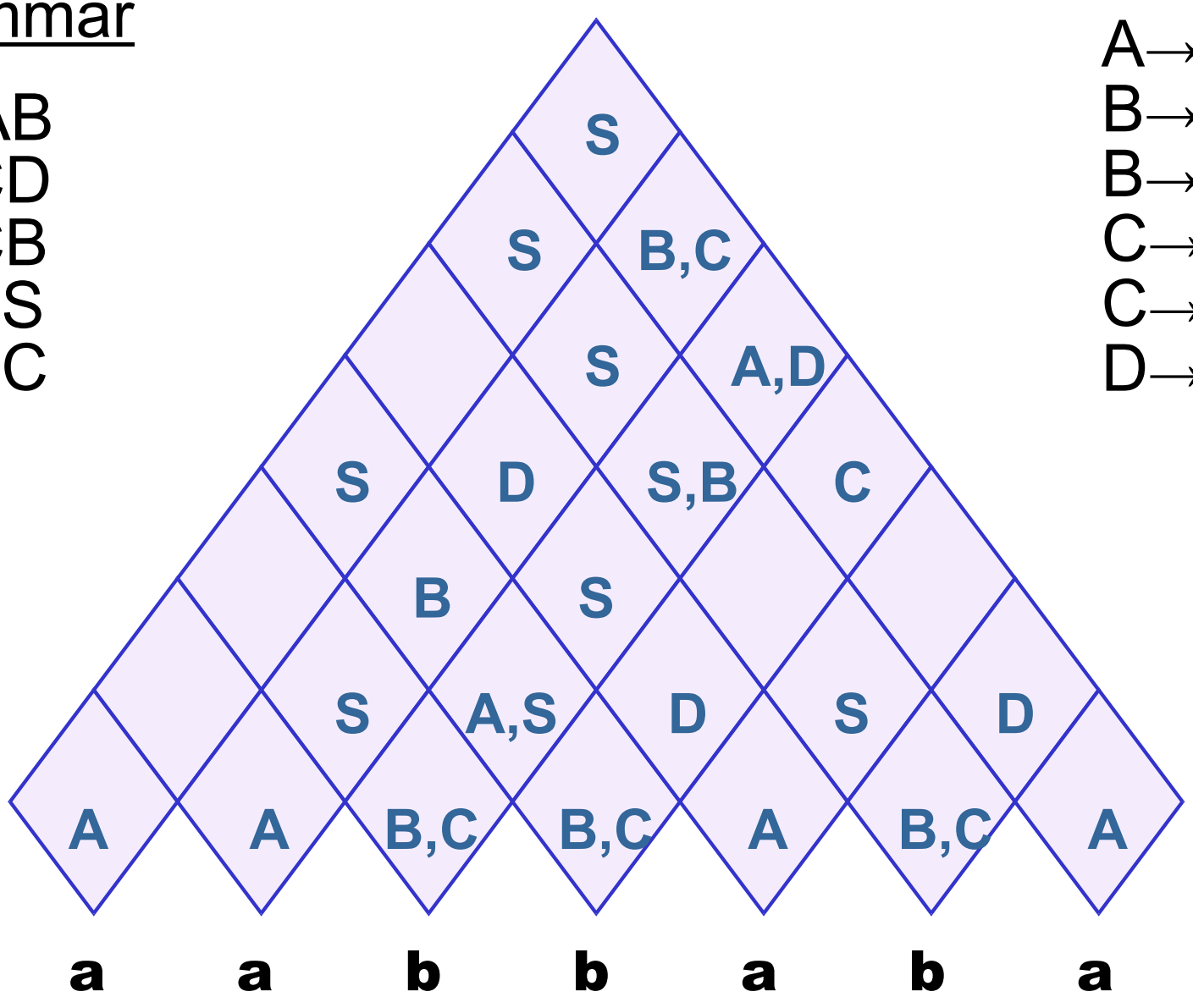
A→a
B→SC
B→b
C→DD
C→b
D→BA

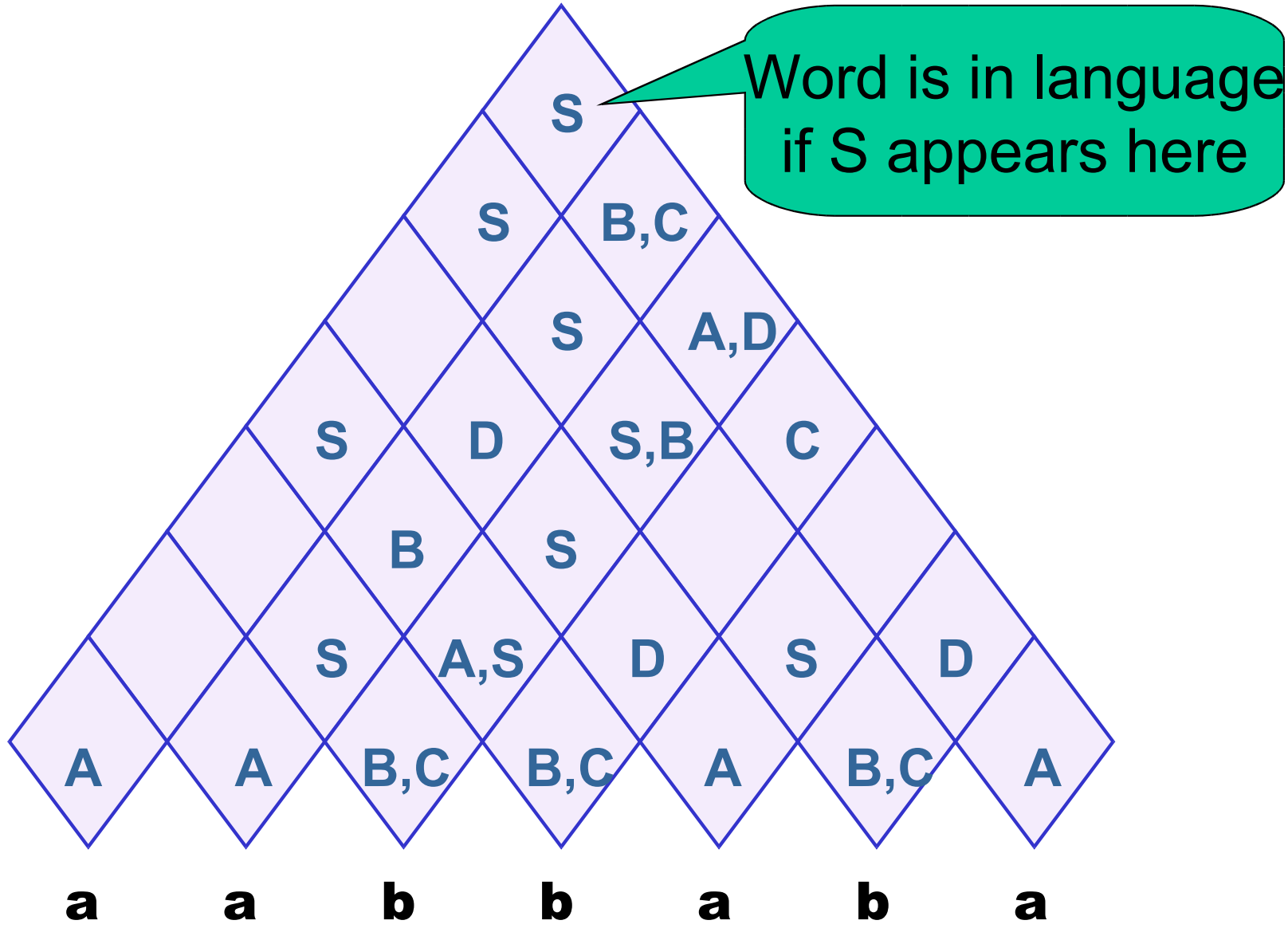


Grammar

S→AB
S→CD
S→CB
S→SS
A→BC

A→a
B→SC
B→b
C→DD
C→b
D→BA




S
S
B,C
S
A,D
S
D
S,B
C
B
S
S
A,S
D
S
D
A
A
B,C
B,C
A
B,C
A
a
a
b
b
a
b
a
Word is in language
if S appears here

Revisit complexity

exercise

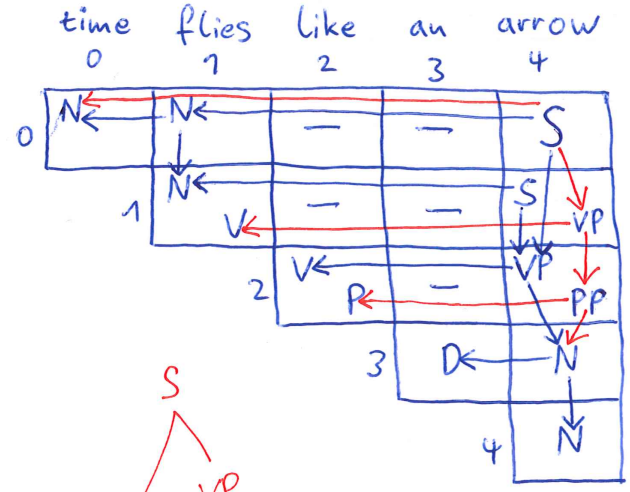
Parse “baaba” for this grammar

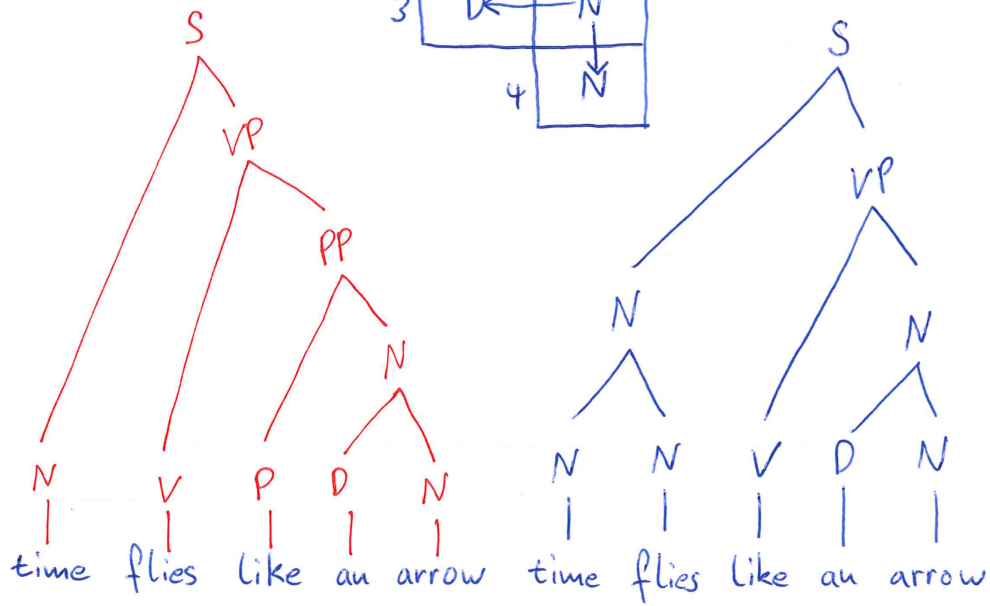
S -> AB | BC
A -> BA | a
B -> CC | b
C -> AB | a

(Hopcroft, Motwani, Ullman, p301)

S → N VP
VP → V N
VP → V PP
N → D N
N → N N
PP → P N

N → time
N → flies
N → ~~like~~ arrow
V → flies
V → like
P → like
D → an





Besonders klausurrelevant

- Formale Definition CFG:
  Terminale, Variablen, Startsymbol, Produktionen
- CYK
- Ableitungsbäume